« حول تدفق معادلة تفاضلية عشوائية »

الملخص:
في هذه الاطروحة، نركز على نموذج مالي بارز يُعرف بالنموذج الطبيعي. وعلى وجه التحديد، يتم تمثيل هذا النموذج بمعادلة تفاضلية عشوائية تسمى المعادلة الطبيعية، والتي تلعب دورًا مهما في بحثنا. أولاً، نقوم بدراسة وجود وتفرد الحلول للمعادلة الطبيعية في حالة أحادية البعد في ظل شرط أضعف من شرط ليبشيتز، والتي تسمى بشرط غير ليبشيتز. بالإضافة إلى ذلك، ندرس استقرار متوسط مربع حلول المعادلة الطبيعية. ثانياً، ندرس خصائص الاستمرارية الثنائية والهوموموروفية للتدفقات العشوائية لحل المعادلة الطبيعية أحادية البعد ذات المعاملات غير ليبشيتز فيما يتعلق بالقيمة الأولية بناءً على معيار كولموغوروف.
كلمات مفتاحية: التدفقات العشوائية، المعاملات غير الليبشيتزية، المعادلات التفاضلية العشوائية، الوجود و التفرد، السوق المالية، الاستمرارية الثنائية، الهوموموروفية ، متراجحة بيهاري، مبرهنة كولموغوروف.

« Sur le flot d'une équation différentielle stochastique »

Résumé :
Dans cette thèse, nous nous concentrons sur un modèle financier important, connu sous le nom de modèle naturel. Plus précisément, ce modèle est décrit par une équation différentielle stochastique appelée équation naturelle, qui joue un rôle important dans notre étude. Dans un premier temps, nous étudions l'existence et l'unicité des solutions de l'équation naturelle dans le cas unidimensionnel sous une condition plus faible que la condition de Lipschitz, appelée condition de non-Lipschitz. De plus, nous étudions la stabilité en moyenne quadratique des solutions de l'équation naturelle. Dans un second temps, nous examinons les propriétés de bicontinuité et d'homéomorphisme des flots stochastiques de la solution de l'équation naturelle unidimensionnelle à coefficients non lipschitziens, par rapport à la condition initiale, en nous basant sur le critère de Kolmogorov.

Mots clés : Flots stochastiques, coefficients non lipschitziens, équations différentielles stochastiques, existence et unicité, marché financier, bicontinuité, homéomorphisme, inégalité de Bihari, théorème de Kolmogorov.

« On the flow of a stochastic differential equation »

Abstract :
In this thesis, we focus on a prominent financial model, known as the natural model. Specifically, this model is represented by a stochastic differential equation called the natural equation, which plays an important role in our research. Firstly, we investigate the existence and uniqueness of solutions to the natural equation in the one-dimensional case under a condition weaker than the Lipschitz condition, termed the non-Lipschitz condition. Additionally, we study the mean-square stability of the solutions to the natural equation. Secondly, we study the bicontinuity and homeomorphism properties of stochastic flows of the solution to the one-dimensional natural equation with non-Lipschitz coefficients with respect to the initial value based on Kolmogorov's criterion.

Key words : Stochastic flows, Non-Lipschitz coefficients, Stochastic differential equations, Existence and uniqueness, Financial market, Bicontinuity, Homeomorphism, Bihari inequality, Kolmogorov's theorem.