الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة سعيدة الدكتور مولاي الطاهر
كلية العلوم الإقتصادية والعلوم التجارية وعلوم التسيير
قسم العلوم الاقتصادية

مطبوعة في مقياس الاقتصاد الجزئي (1)

موجهة للسنة أولى جذع مشترك علوم اقتصادية

إعداد الدكتور: مزيان عبد القادر

السنة الجامعية 2022-2023

الفهرس

علم الاقتصاد	**1**
تمهيد	**1**
1-تعريف علم الاقتصاد	**2**
2-النظرية الاقتصادية	**2**
3-النظرية الاقتصادية الجزئية والكلية	**3**
4-المشكلة الاقتصادية	**4**
4-1خصائص المشكلة الاقتصادية	**6**
4-2أركان المشكلة الاقتصادية	**6**
5-الموارد الاقتصادية	**7**
6-علاقة علم الاقتصاد بالعلوم الأخرى	**8**
نظريات تحليل سلوك المستهلك	
1نظرية المنفعة القياسية	**10**
1-1تعريف المنفعة	**10**
1-2أنواع المنفعة	**10**
1-3فرضيات نظرية المنفعة القياسية	**11**
1-4المنفعة الحدية والمنفعة الكلية والعلاقة بينهما	**12**
1-5توازن المستهلك	**14**
نظرية المنفعة الترتيبية	
1-المنفعة الترتيبية وفرضياتها	**30**
1-1مفهوم وخصائص منحنيات السواء	**32**
1-1-1المفهوم	**32**
1-1-2خريطة السواء	**32**
1-1-3خصائص منحنيات السواء	**33**
1-2المعدل الحدي للإحلال	**33**
2-قيد الميزانية وتوازن المستهلك	**34**
2-1خط الميزانية	**34**
2-2 توازن المستهلك	**36**
2-3دراسة سلوك المستهلك في ظروف ديناميكية	**38**
-تمارين محلولة	**41**
نظرية العرض والطلب	
1-آلية السوق	**72**

2–الطلب	**72**
2-1قانون الطلب	**72**
2-2الطلب السوقي	**74**
2-3محددات الطلب	**76**
2-4دالة الطلب	**78**
3-العرض	**79**
3-1قانون العرض	**80**
3-2عرض السوق	**80**
3-3محددات العرض	**82**
4-توازن السوق	**82**
المرونات	
1-مرونة الطلب	**85**
1-1مرونة الطلب السعرية	**85**
1-2مرونة الطلب التقاطعية	**89**
1-3المرونة الدخلية	**90**
2-مرونة العرض	**91**
2-1مرونة العرض السعرية	**91**
تمارين محلولة	**92**
نظرية الإنتاج	
1-تعريف الانتاج	**103**
2-دالة الانتاج	**103**
3-المشتقات والانتاجيات	**104**
3-1الإنتاج الكلي	**105**
3-2الإنتاج المتوسط	**105**
3-3الإنتاج الحدي	**105**
4-دالة الإنتاج في المدى القصير	**106**
5-تحليل دالة الإنتاج في المدى الطويل	**111**
5-1العائد على الحجم منحنيات الناتج المتساوي	**112**
5-3المعدل الحدي للإحلال الفني	**114**
5-4خط التكاليف المتساوية	**115**
5-5توازن المنتج	**117**
5-6المسار الأمثل لتطور المؤسسة	**119**

5-7الدوال المتجانسة	**120**
5-8مرونة الإنتاج	**121**
-تمارين محلولة	**123**
نظرية التكاليف	
1-التكاليف في المدى القصير	**136**
1-1اشتقاق دالة التكلفة	**142**
1-2تعظيم الربح	**143**
2-منحنيات التكاليف في المدى الطويل	**144**
قائمة المراجع	**146**

.

المحور الأول: علم الاقتصاد

إنّ السؤال الذي يتبادر إلى ذهن أي مبتدئ في علم الاقتصاد هو ما هو علم الاقتصاد؟ وللإجابة على هذا السؤال يمكن القول بأنه أحد فروع العلوم الاجتماعية التي تهتم بتحليل الأنشطة الاقتصادية للفرد والمجتمع، والمتمثلة في الإنتاج والاستهلاك وتوزيع الأرباح أو الدّخل على المجتمع بالإضافة إلى علاقة الفرد بالمجتمع أو المجتمعات الأخرى.

فهو يهتمّ بكلّ ما له علاقة بالحياة اليومية للأفراد من خلال البحث عن كيفية الحصول على دخل وعلى كيفية توزيعه سواء على الاستهلاك أو الادخار وطريقة انفاقه على مختلف السلع والخدمات.

وعلى المستوى الكمي فهو يهتم أيضا بالزيادة في الإنتاج أو ما يصطلح عليه أيضا النمو الاقتصادي وكيفية الحدّ من البطالة وكيفية تمويل المشاريع الكبرى ودراسة تكلفتها والفوائد المتوقعة منها.

ويمكن القول أن الهدف العام لعلم الاقتصاد هو البحث عن الحلول للمشاكل والقيود التي تواجه الفرد، مثل تحديد حجم السلع والخدمات التي تحقق له أقصى إشباع ممكن في حدود دخله المتاح، والأسعار السائدة في السوق، وأيضا حجم عوامل الإنتاج الواجب استخدامها في عملية الإنتاج، والتي بدورها أيضا تحقق له أقصى ربح ممكن في حدود ميزانية الأموال المستثمرة وكذلك حسب أسعار عوامل الانتاج السائدة في السوق.

ونجد أيضا أم المجتمع تعترضه مشاكل أخرى مثل: التنمية الاقتصادية، وتحسين متوسط الدّخل الفردي، البطالة، التضخّم، عدم توازن الميزان التجاري، وأخيرا مشكل التوازن بين العرض والطلب، كلّ هذه المسائل والمواضيع تمثل جزء من العناصر التي يهتمّ بها علم الاقتصاد.

1-تعريف علم الاقتصاد :

لقد بدأ استخدام كلمة الاقتصاد (Economics) لأوّل مرّة، أثناء، الحضارة اليونانية وبالضبط قبل الفيلسوف أرسطو، حيث كان يثير مصطلح الاقتصاد إلى معنى "التدبير المنزلي" أو بتعبير آخر إلى الطريقة التي يمكن أن يتبعها رب الأسرة كي يستطيع أن يصل إلى أفضل استخدام ممكن لدخله المحدود[1]، وهو مشتق من الكلمتين اليونانيتين (oikos) والتي تعني المنزل و (Nomos) وتعني القانون.

ثمّ انتشرت فيما بعد مصطلحات أخرى مثل الاقتصاد السياسي أي(Economic politique) في عام 1615، حيث استخدمه الكاتب الفرنسي De Montechortin عنوانا لكتاب نشره في ذلك الوقت، وتجدر الإشارة إلى أنّ كلمة "سياسي" لا تعني ذلك المغزى الذي لا علاقة بعالم السياسة، بل إنّ كلمة (Politicos) اليونانية تعني "اجتماعي"

فعلم الاقتصاد كما سبق وقلنا هو أحد فروع العلوم الاجتماعية، ويتمثل في أنه عبارة عن معارف علمية منهجية منظمة تقوم على مراقبة واستقراء الواقع والسلوك الاقتصادي والاستنباط منه، من أجل الوصول إلى قوانين من خلال إيجاد الروابط المنطقية بين الظواهر والوقائع والأحداث والحقائق المتكررة والثابتة.

[1] د. عابد فضيلة، د. رسلان خضور، التحليل الاقتصادي الجزئي، منشورات جامعة دمشق، كلية الاقتصاد، 2008/2007، ص 17.

ويجب الإشارة أيضا أن وضع تعريف لعلم الاقتصاد ليس بالأمر السهل، وهذا بسبب تشعّب المواضيع والمجالات التي يهتمّ بها هذا العلم ويمكن ذكر أهمّ التعاريف المتمثلة فيما يلي:

* آدم سميث (1723–1790): يعرف هذا العالم الإسكتلندي علم الاقتصاد بأنه " العلم الذي يدرس الكيفية التي تمكن الأمة من أن تغتني".

* ألفريد مارشال (1842 – 1924): يعرف هذا العالم الإنجليزي الاقتصاد "بأنه العلم الذي يدرس بني الإنسان في أعمال حياتهم العادية، حيث يبحث عن كيفية حصول الإنسان على دخله"[1].

* بول ساموبل سون: يعرف هذا الاقتصادي الأمريكي علم الاقتصاد بأنّه: "دراسة كيفية اختيار الأفراد أو المجتمع استخدام الموارد المنتجة في إنتاج مختلف البضائع عبر الزمن ومن ثمّ توزيعها على الاستهلاك الحالي والمقبل بين مختلف الأفراد والجماعات في المجتمع"[2].

وبالتالي يمكن القول بأن علم الاقتصاد هو ذلك العلم الذي يدرس السّلوك الإنساني من خلال استخدام الموارد المتاحة والتي تتميّز بالنّدرة نسبيا من أجل إشّباع حاجاته ورغباته الغير متناهية، بالإضافة إلى دراسة الأساليب والطّرق المؤدّية إلى الاستخدام الأمثل بهذه الموارد من أجل إشباع حاجات المجتمع اللامتناهية، أو هو ذلك العلم الذي يعالج المشكلة الاقتصادية من خلال التوفيق بين الرغبات الغير المحدودة للأفراد والطاقة الإنتاجية المحدودة التي يملكها المجتمع من أجل إشباع هذه الرّغبات.

2– النظرية الاقتصادية :

لقد عرف الاقتصادي بيرو Pirou النظرية، الاقتصادية بأنها اكتشاف القوانين التي تسير آلية الفعالية الاقتصادية وشرح الدوافع التي تسيطر عليها والعقبات التي تقف في وجه نموها وتطورها أو الحوافز التي تسير بها نحو الازدهار".

ومجموع النظريات الاقتصادية تكون علم الاقتصاد، وكلما تعددت هذه النظرية تتعد الفروع الاقتصادية، لذلك نجد اليوم، نظريات تفسر ديناميكية العرض والطّلب وأخرى تفسّر التجارة الخارجية، نظريات المنظمة وأخرى تحلل اقتصاديات العمل إلى غير ذلك.

فعلم الاقتصاد يسجّل الظواهر الاقتصادية، ويستنتج العلاقات المتكرّرة فيما بينها ومن بين هذه العلاقات نجد مثلا العلاقة بين تغير سعر السلعة وحجم الطلب أو حجم العرض المرتبط بها، وكما هو معروف كلما زاد سعر السلعة قلّ الطّلب عليها والعكس، وكلّما زاد سعر السلعة زاد عرضها، في الجهة المقابلة ان زاد سعر السلعة مع بقاء العرض ثابتا زاد ثمنها والعكس صحيح، وانطلاقا من ذلك يمكن القول أنّ العلاقة بين السعر والكمية المطلوبة علاقة عكسية، أما العلاقة بين السعر والعرض فهي علاقة طردية، وتسمى هذه العلاقات بقانون العرض والطّلب، حيث يمكن استخدام هذه القوانين بما يمكن أن يحدث في المستقبل، فمن خلال هذا القانون دائما يمكن التنبّؤ مثلاً بإمكانية حصول ارتفاع أو

[1] د. البشير عبد الكريم، الاقتصاد الجزئي: دروس مع تمارين محلولة، مؤسسة النشر والتوزيع بالشلف، 2007، الجزائر، ص15.

[2] د. عمر صخري، مبادئ الاقتصاد الجزئي الوحدوي، ديوان المطبوعات الجامعية، الطبعة السابعة 2006، الجزائر، ص08.

انخفاض في الطّلب على سلعة ما نتيجة حدوث تغيّر سعرها، وهذا الأمر يفيد خاصّة المنتجين أصحاب المؤسسات وكذا البائعين في رسم سياساتهم الإنتاجية، أو التسويقية.

ولكن يجب أن نشير إلى أنّ هذه العلاقات بين الظواهر الاقتصادية معقّدة، ومتشابكة لهذا نجد النظرية الاقتصادية تلجأ إلى تبسيط والتجريد، حيث نأخذ بعين إلى اعتبار المتغيرات العامة وتقوم بعزل بقية العناصر، من أجل إيجاد العلاقات الأساسية فيما بينها[1].

ولكن ما يجب أن نشير إليه أيضا، هو أنه ومن أجل تحقق النظريات الاقتصادية لابدّ من تحقق شروطها وفرضياتها[2]، فمثلا لكي يتحقق قانون الطلب بأن يزداد حجم الطلب مثلا بعد انخفاض سعر السلعة، فان ذلك يقتضي ثبات العوامل أو المحددات الأخرى التي تؤثّر على الطّلب مثل: أذواق المستهلكين، العادات والتقاليد، توقعات المستهلكين وأسعار السلع البديلة والمكملة.

ويجب التنويه أيضا أن هذه النظريات تساعد بشكل كبير الحكومات على حلّ ومعالجة الأزمات والمشكلات الاقتصادية، مثلا كالنظرية التي تقول بأنّ التضخّم النقدي يؤدّي إلى ارتفاع الأسعار وانخفاض القدرة الشرائية، ولهذا يمكن معالجة التضخّم النقدي من خلال القضاء على مسبباته من خلال اتّخاذ إجراءات تكبح ارتفاع الأسعار أي أنّ علم الاقتصاد أصبحت مهامه لا تقتصر فقط على ملاحظة واستنباط الروابط والعلاقات والقوانين، وإنّما أصبح لديه دور آخر بحيث يدرس مختلف الوقائع، والمشاكل ويؤثّر على مختلف الوقائع الاقتصادية من خلال استخدام مجموعة من الأدوات والوسائل والسياسات من أجل توجيهها نحو هدف ما.

3- النظرية الاقتصادية الجزئية والكلية :

ينقسم علم الاقتصاد إلى مستويين أساسيين: على مستوى وحدة اتّخاذ القرار أي على مستوى المستهلك أو منشأة الأعمال وكيف تتفاعل هذه الوحدات في سوق كلّ سلعة أو خدمة، فتحدّد الكمية المطلوبة والمنتجة المعروضة، وتحدّد سعرها، وكيف تتفاعل في أسواق عناصر الإنتاج، فتحدّد أسعار وكميات كلّ عنصر من عناصر الإنتاج، ويطلق على هذا المستوى علم الاقتصاد الجزئي (Micro économie) [3].

كما يُدَرَّسُ علم الاقتصاد على المستوى الكلي (Macro économie) حيث ينصبّ الاهتمام على الطّلب الكلي والناتج أو العرض الكلي والمستوى العام للأسعار، والتضخّم، ومستوى البطالة أو مستوى العمالة، والنمو الاقتصادي.

وبمعنى أدقّ فإن الاقتصاد الجزئي يقوم بتحليل وتفسير سلوك الأعوان الاقتصاديين الفرديين المتمثلين في المستهلك والمنتج، عامل، مستثمر، والمدخّر كل على حدا، ثم يدرس تفاعل هذه السلوكيات فيما بينها في مختلف الأسواق،

[1] د. البشير عبد الكريم مرجع سبق ذكره، ص 18.

[2] د. عايدة فضيلة، د. رسلان خضور، مرجع سبق ذكره ص22.

[3] أد. عبد الوهاب الأمين، أد. فريد بشير، الاقتصاد الجزئي، مركز ACCES للاستشارات والخدمات التعليمية، ص09.

فالهدف من الاقتصاد الجزئي هو معرفة كيفية تكوين الأسعار في السوق، ولهذا يسمى أحيانا بالاقتصاد الجزئي، أو الاقتصاد الوحدوي، وأحيانا بنظرية السعر.

أما الاقتصاد الكلي فيهتمّ بدراسة وتحليل سلوك المجتمع ككلّ أو جزء كبير منه عن طريق استخدام المتغيرات الكلية، وتطورها عبر الزمن مثل: الإنتاج أو الدّخل الكلي، حجم البطالة، الميزان التجاري، وميزان المدفوعات...إلخ. ويحاول اكتشاف العلاقة الموجودة بينها[1].

4- المشكلة الاقتصادية :

من خلال إعادة دراسة الفكر الاقتصادي، نجد أنه يعكس المحاولات الكثيرة والمتعددة للإنسان لعلاج ما يصطلح عليه بالمشكلة الاقتصادية والتي تتمثّل ببساطة في الندرة النسبة للموارد الاقتصادية المتاحة على اختلاف أنواعها وأحجامها، فهي محدودة إذا ما قورنت بالحاجات الإنسانية المتعددة والمتجددة واللامتناهية.

فالإنسان أول ما يشعر به هو الحاجة إلى الغذاء والشّراب والملبس والمأوى وما إلى ذلك، وهذا على طول حياته، ومن خلال سعيه إلى البحث عن إشباع هذه الحاجات يكتشف بأن هذا الإشباع يكون محدودًا ،وغير كافي، لأنّ ذلك يرتبط بمدى قدرته على تأسيس الموارد اللازمة لإشباع هذه الحاجات ولهذا تعرف المشكلة الاقتصادية بأنها "مشكلة الندرة النسبية للموارد المتاحة في مقابل الحاجات المتعددة واللامتناهية للإنسان، أو هي الفجوة بين حاجات الإنسان الكثيرة والغير محدودة وبين الموارد الاقتصادية المتاحة والكفيلة بإشباع هذه الحاجات لأنها مهما كثرت فهي محدودة ونادرة نسبيا في الطبيعة.

1.4 خصائص المشكلة الاقتصادية: لقد سبق وأن قلنا أن علم الاقتصاد يهتم بدراسة المشكلة الاقتصادية والمتمثلة في مشكلة الندرة النسبية للموارد المتاحة وكيفية توزيعها على الأفراد والمجتمعات من أجل إشباع حاجاتهم ورغباتهم المتعددة والمتجددة باستمرار، مستخدما في ذلك مختلف الأسس والنظريات الاقتصادية.

كما أن المجتمع لا يستطيع إنتاج جميع السلع والخدمات التي يحتاجها نظرًا لندرة الموارد النسبية كما قلنا، لذا يجب عليه الاختيار بين عدّة توليفات ممكنة من السلع والخدمات أي أنه إذا ما أراد إنتاج المزيد من سلعة ما عليه أن يقلّص إنتاجه من السلعة الأخرى، ولهذا يجب أن نشير أنّ المشكلة الاقتصادية تتميّز بمجموعة من الخصائص والتي يمكن تلخيصها كما يلي:

- **الندرة:** وهي تعتبر من أهمّ خصائص المشكلة الاقتصادية: لأنه لو توفرت الموارد بكميات كافية لإشباع كلّ الحاجات الإنسانية لما كان هناك شيء اسمه المشكلة الاقتصادية أصلا، فمثلاً ورغم أنّ الهواء ضروري، جدًّا لحياة الإنسان، ولكن نظرًا لتوفره بكثرة تلبي كل حاجات البشر فإن هذا لا يشكّل مشكلة اقتصادية.

[1] د. البشير عبد الكريم، مرجع سبق ذكره، ص22.

والمقصود بالندرة النسبية في الاقتصاد، العلاقة بين كمية الموارد الاقتصادية المتاحة وبين الحاجات الإنسانية اللامتناهية التي يجب إشباعها، أي أن الموارد حتى ولو كانت متوفرة بكميات كبيرة ولكنها تعتبر نادرة نسبيا إذا ما قورنت بالحاجات الإنسانية الغير محدودة[1].

ومشكلة الندرة تنطبق على الفرد مثلما تنطبق على المجتمع، فالفرد لا يستطيع إشباع كلّ رغباته المتجددة بسبب موارده المحدودة، وهذا حتى ولو تضاعفت قدرته الشرائية فإنه لا يستطيع ذلك أي مع الوقت. ومع تطوّر العلوم تنشأ رغبات جديدة باستمرار ولكن الموارد تبقى دائمًا محدودة مقارنة مع الرغبات الإنسانية.

ولهذا يجب على الإنسان أن يرتّب حاجاته، ويبدأ بالرّغبات الملحة والأكثر أهمية بشكل تنازلي، ونفس الشيء ينطبق على المجتمع الذي يجب أن يرتب حاجاته بنفس الطريقة، لأنّ موارده أيضا محدودة مقارنة مع الحاجات المتجددة، غير أنه يجب الإشارة إلى أنّ أهمية الرغبات تختلف من مجتمع إلى آخر وهذا حسب درجة التطور الاقتصادي والاجتماعي.

- **الاختيار**: نظرًا لمحدودية الموارد من جهة، وتعدد الحاجات الإنسانية من جهة أخرى، فإنّ المجتمع سوف يواجه مشكلة الاختيار بين الحاجات التي يمكن إشباعها من خلال الموارد المتاحة، وإبقاء حاجات أخرى غير مشبعة، مما يعني بقاء المشكلة الاقتصادية قائمة[2].

لهذا يجب على المجتمع أن يختار بين أي من رغباته يقوم بإشباعها أولا أو يضحي بها، ويتخلى عن إشباعها ولو مؤقتا، فالمشكلة الاقتصادية كذلك تنشأ من الحاجة إلى الاختيار بين الإشكالات البديلة للموارد المختلفة.

- **التضحية** : إن من أهمّ صفات الموارد الطبيعة أنها متعددة الاستعمال، أي أن كلّ مورد له عدّة استعمالات، فالأرض مثلا يمكن زراعتها بالمحاصيل الزراعية، كما يمكن استخدامها للبناء والسكن، فإذا أردنا استغلال الأرض مثلا في الزراعة، فسوف يكون على حساب البناء والسكن، ولو أردنا زيادة المساحة المزروعة بالقمح مثلا فسوف يكون ذلك على حساب المحاصيل الأخرى وهكذا نفس الأمر ينطبق على باقي الموارد الأخرى، فأي مورد اقتصادي نادر له استعمالات معينة، وتكون نتيجة الاستعمالات الأخرى البديلة لهذا المورد، وبالتالي ما يمكن استخلاصه، هو أنه ومن أجل إشباع حاجات معينة فإن ذلك يتطلّب التضحية بإشباع حاجات أخرى.
- **كثرة الحاجات الإنسانية**: وهي متنوعة سواء كانت مادية أو معنوية، وهي أيضا متجددة، ومتطورة، حيث أنه كلما أشبع الإنسان حاجة ما ،كلما ثارت في نفسه حاجة أخرى، وأيضا سوف يحتاج إلى إشباع نفس الحاجة مرة أخرى بعد فترة زمنية، وهذا يدلّ على أنّ حاجات الإنسان مستمرة وغير نهائية، كما أنّ حاجات الإنسان متداخلة، أي أنّه في معظم الأحيان لا يستطيع إشباع حاجة ما، إلاّ من خلال إشباعه لحاجات أخرى فمثلا لا يمكن إشباع الحاجة من قيادة السيارة إلا في حالة توفر البنزين.

---

[1] د. أحمد فوزي ملوخية، الاقتصاد الجزئي، مكتبة بستان المعرفة للنشر والتوزيع، الإسكندرية – مصر، 2005، ص08.

[2] د. سليمان إبراهيم قطف، د. علي محمد خليل، مبادئ الاقتصاد الجزئي، الطبعة الأولى، دار الحامد للنشر والتوزيع، عمان – الأردن، 2004، ص22.

2.4 أركان المشكلة الاقتصادية: تتضمن المشكلة الاقتصادية عناصر رئيسية تواجه معظم المجتمعات أو ترتبط هذه العناصر بجوهر المشكلة الاقتصادية المتمثلة في تعدد الحاجات وندرة الموارد اللازمة لإشباعها، ولقد اتفقت الآراء على أن حل المشكلة الاقتصادية يمر عبر الإجابة عن ثلاثة تساؤلات تتمثل فيما يلي:

1-ماذا ننتج ؟What to produce وهذا الركن يتعلق بندرة الموارد الطبيعية، معايير تخصيصها بين مختلف الاستخدامات في القطاعات الاقتصادية في المجتمع، حيث يتمّ تخصيص هذه الموارد الاقتصادية في اقتصاد السوق عن طريق آلية السعر.

فالسلع التي يزيد الطلب عليها ترتفع أسعارها النسبية مما يؤثّر لدى المنتجين بإمكانية زيادة الأرباح، فيتجهون نحو زيادة الإنتاج، وبالتالي استخدام المزيد من الموارد اتجاه هذا الفرع من الإنتاج على حساب فروع أخرى عكس الاقتصاد المخطط أين يتمّ تحديد ما يجب إنتاجه وتوفير الموارد الاقتصادية اللازمة حسب الأولويات التي تقررها الأجهزة المختصة بالتخطيط داخل الدولة[1].

فقائمة السلع، والخدمات التي يجب انتاجها داخل المجتمع طويلة جدًّا، ولكنها تختلف من مجتمع إلى آخر حسب كمية ونوعية الموارد الاقتصادية المتوفرة للإنتاج بالمجتمع، بالإضافة إلى أنّها تعتمد على أسلوب إدارة الاقتصاد كما ذكرنا سابقا وعلى الأولويات التي يضعها المجتمع لإنتاج هذه السلع والخدمات حسب احتياجاته.

2-كيف ننتج؟ How to produce بعد الإجابة عن السؤال الأول، فإنّ المجتمع سوف يبحث عن اختيار الأسلوب الذي يجب أن يتّبعه لانتاج السلع والخدمات التي تمّ تحديدها في الركن الأول، وهي الطريقة الكفيلة التي سوف يتمّ عن طريقها مزج واستغلال عناصر الإنتاج أو الموارد الاقتصادية المتوفرة بالمجتمع، ويعتمد ذلك على درجة التقدّم التقني الذي وصل إليه المجتمع ومدى توافر كلّ عنصر من عناصر الإنتاج، فالمجتمع الذي تتوفر لديه، أعداد كبيرة من السكان سيعمل على اختيار أسلوب إنتاجي يعتمد على اليد العاملة، والمجتمع الذي يتوافر لديه رأس المال يستعمل على اختيار أسلوب إنتاجي يعتمد على رأس المال وهكذا.

3- لمن ننتج For who to produces ويتّصل هذا السؤال بمدى عدالة توزيع الدّخل الحقيقي ويتعلق هذا الركن بالطريقة التي يتمّ من خلالها توزيع الإنتاج على قطاعات المجتمع، هل يتمّ التوزيع على قاعدة كلّ حسب حاجاته ،أم كلّ حسب اشتراكه في عمليات الإنتاج، والطريقة التي بها يتم توزيع الناتج القومي تعتبر من أهمّ الموضوعات المثيرة للجدل بين النظم الاقتصادية المختلفة.

ويمكن الإجابة على هذا السؤال أيضا من خلال نظرية التوزيع، وهذا يعني الخضوع لآلية العرض والطلب، وهذا يعني أن القدرة الشرائية لدى الأفراد الممثلة في دخولهم هي التي تؤهلهم للحصول على هذه السلع والخدمات، ولكن ما يجب الإشارة إليه هو أنه في الكثير من الأحيان نجد أنّ هذا الأسلوب يحرم الكثير من أفراد المجتمع من الحصول على بعض السلع والخدمات، فتتدخل الدولة عن طريق سياساتها المختلفة لإعادة الدّخل لصالح الطبقات المهمّشة والفقيرة.

[1] أد. عبد الوهاب الأمين، أد. بشير فريد، مرجع سبق ذكره، ص 18.

5- الموارد الاقتصادية :

ويقصد بالموارد الاقتصادية الموارد المادية والبشرية من الناحيتين الكمية والنوعية المستخدمة في إنتاج السلع والخدمات، وتعرف فنيا بالمدخلات (Inputs) أو بعوامل الإنتاج (Factors of production) وتنقسم إلى 4 عناصر أساسية.

- **العمل** Labor: يعبر عنصر العمل عن أعداد جميع أفراد المجتمع القادرين والراغبين في العمل، وما يمتلكونه من مهارات ومعارف ويسمى اليوم بالرأس المال البشري ويعرف على أنه ذلك النشاط الواعي الهادف الذي يبذله الإنسان من أجل إنتاج السلع والخدمات، وقد يكون ذهني أو عضلي يؤثّر الإنسان من خلاله على الطبيعة وتحويلها وتكييفها بما يتلاءم مع حاجاته، حيث أن العمل شرط ضروري للحياة البشرية كون أنه يلبي حاجات الإنسان المادية والمعنوية، كما أنه يساعد على نسج العلاقات الاجتماعية بين أفراد المجتمع وغالبا ما يتقاضى المشاركون في العملية الإنتاجية على عائد يسمى الأجر[1].
- **الأرض** Land: وهي جميع الموارد الطبيعية سواء الموجودة على سطح الأرض أو في باطنها مثل: المعادن، المياه الجوفية، النفط والغاز وغيرها من الموارد، كما أن استغلال هذه الموارد لا يعتمد على كمياتها المتاحة فقط بل على نوعيتها أيضا فوجود مساحات شاسعة من الأراضي الغير صالحة للزراعة، أو وجود أراضي صالحة للزراعة، مع وجود نقص في المياه الجوفية يجعلان استغلال هذه الأراضي صعبًا والعكس صحيح، ويطلق على الدّخل المحقّق من مشاركة هذا العنصر في العملية الإنتاجية ما يسمّى بالريع.
- **رأس المال** capital: وهو يعتبر من أهمّ عناصر الإنتاج وهو عبارة عن وسيلة أو أداة تمّ إنتاجها بهدف استخدامها في العمليات الإنتاجية وبالتالي فهو يشتمل على الآلات والمعدّات والمباني والوسائط والجسور ومحطّات توليد الكهرباء والسّلع النصف مصنعة، أي كلّ شيء طوره الإنسان بالجهد والفكر حتى أصبح أداة تستخدم في الإنتاج، كما يجب التمييز بين مفهوم رأس المال الحقيقي الذي يعتبر موردًا اقتصاديًا يسهم بخدماته في الإنتاج، وبين النقود التي لا تعتبر من الموارد الاقتصادية بل مورد مالي لا يستخدم في الإنتاج، بل يستخدم في تمويل شراء الموارد الاقتصادية التي تسهم وتشارك في الإنتاج، ويسمّى العائد من رأس المال نتيجة المساهمة في العملية الإنتاجية بالفائدة.
- **التنظيم** Entrepreneur: وهو يمثّل إدارة الموارد السابقة من خلال المزج بنسب معينة ولإنتاج سلع وخدمات معينة، ولقد زادت أهمية هذا العنصر منذ انبثاق الثورة الصناعية في أوربا في القرن الثامن عشر، وذلك بسبب زيادة الحاجة لشخص أو مجموعة أشخاص للقيام بالمهام التالية:

– أخذ المبادرة بتنظيم العملية الإنتاجية باستخدام عوامل الإنتاج، وهي العوامل السابقة، وهذا لغرض إنتاج السلع والخدمات المطلوبة بما يضمن تحقيق نسب مقبولة من الأرباح.

[1] د. إبراهيم سليمان قطف، د. علي محمد خليل، مرجع سبق ذكره، ص21

– اتخاذ القرارات الغير تقليدية لتحديد نوعية وكمية السلع المطلوب إنتاجها، ومعالجة المشاكل التي قد تحدث أثناء العلمية الإنتاجية.

– ابتكار طرق إنتاج جديدة لتحسين نوعية المنتج وتخفيض التكاليف، بالإضافة إلى ابتكار طرق وأساليب جديدة في المجالات التنظيمية والتسويقية.

– المخاطرة أو تحمل المخاطرة، لأنه لا يوجد أية ضمانات لتحقيق الأرباح في اقتصاد السوق بصورة دائمة، حيث قد تؤدّي بعض القرارات الخاطئة إلى حدوث خسائر كبيرة، وأيضا إمكانية افلاس المشروع وخروجه من السوق[1].

6– علاقة علم الاقتصاد بالعلوم الأخرى :

يقول الاقتصادي بول ساميول سون (samuclson Paul) في سياق إعطاء مثال عن علاقة علم الاقتصاد بالعلوم الأخرى: "لكي نفسر ظاهرة ترك الأبقار تسرح في شوارع الهند دون أن يستفيد منها الشعب الهندي رغم افتقاره للغذاء، يجب أن نعي أن لهذا الشعب خلفية عقائدية دينية تقدس الأبقار وأن العلاج الاقتصادي لمشكلة نقص الغذاء في الهند لا يمكن أن يكون عن طريق ذبح هذه الأبقار، واستهلاك لحومها"[2].

فعلم الاقتصاد ينتمي إلى مجموعة العلوم الاجتماعية ومن طبيعتها أنها تتشابك وتعتمد على بعضها البعض، كما يرتبط علم الاقتصاد أيضا ارتباطا وثيقا بعلم التاريخ الذي يتضمن جانب اقتصادي مهم يمكن الاستفادة من دراسته وخاصة تاريخ الفكر والوقائع الاقتصادية.

كما أنّ التحليل الاقتصادي مبني على المنطق، ولهذا نجد أنّ العلاقة بينه وبين الرياضيات قوية إلى درجة أن بعض الاختصاصات اليوم في علم الاقتصاد أصبحت قريبة إلى العلوم الدقيقة منها إلى العلوم الاجتماعية، مثل الاقتصاد القياسي والاقتصاد الجزئي ..إلخ، ومن أهمّ من بين هذه الصلة بشكل ملحوظ هو الاقتصادي ألفريد مارشال والنظرية النيوكلاسيكية.

كما يرتبط علم الاقتصاد بعلم الإحصاء و لقد زادت قوة هذه الرابطة في السنوات الأخيرة مع تطور التحليل الإحصائي والإعلام الآلي، حيث أنّ البيانات الإحصائية أصبحت اليوم ضرورية من أجل الوصف الدقيق للظواهر الاقتصادية، بالإضافة إلى اختيار النظرية الاقتصادية والذي لا يتم إلا بجمع البيانات الإحصائية عن الظواهر التي لها صلة بالنظرية لكي تساعد كذلك على تحليل الظواهر تحليل علميا ومنطقيا، مما يعني أن استيعاب هذا العلم من طرف المبتدئ فيه يتطلب منه أن يكون ملمّا بعلم المنطق، الرياضيات الإحصاء، الأشكال البيانية، الإعلام الآلي وما إلى ذلك[3].

---

[1] أد عبد الوهاب الأمين، أد فريد بشير، مرجع سبق ذكره، ص23.

[2] د. عابد فضيلة، د. رسلان خضور، مرجع سبق ذكره، ص22.

[3] د. البشير عبد الكريم، مرجع سبق ذكره، ص17.

نظريات تحليل سلوك المستهلك

إن تحليل المستهلك لا يستهدف فقط وضع المعايير التي يمكن الاسترشاد بها عند قيام المستهلك بتوزيع دخله على السلع والخدمات المختلفة، بل يهدف بالدرجة الأولى إلى التفسير والتنبؤ بمعنى وضع تصورات أو فرضيات تفسر بطريقة علمية ما يحتمل أن يكون عليه السلوك المشاهد المستهلكين في حقيقة الواقع.[1]

وإن الهدف من هذا التحليل هو إيجاد وضع توازن المستهلك الذي يحدد لنا الكميات المطلوبة من السلع المختلفة التي تحقق أكبر إشباع ممكن في حدود إمكانياته. أما الهدف من الاستهلاك هو تحقيق الإشباع غير أنه ونظرا لمحدودية الدخل لدى المستهلك، فإنه لا يتمكن من الحصول على جميع السلع والخدمات التي يحتاجها، وهذا ما يمثل له مشكلة اقتصادية بسبب عدم تمكنه من اقتناء حاجياته، خاصة مع ندرة الموارد التي تفرض عليه السلوك العقلاني، وبالتالي يصبح هدفه هو تحقيق أقصى إشباع ممكن من احتياجاته في حدود دخله وفي حدود الأسعار السائدة في السوق.[2]

ولقد درج الاقتصاديون على دراسة سلوك المستهلك بإتباع إحدى الطريقتين: الطريقة الأولى والتي تسمى بطريقة مارشال أو تحليل المنفعة الحدية، والتي تقوم على أساس افتراض إمكانية قياس المنفعة كما تطرح تصوراتها على أساس عالم من السلعة الواحدة، أما الطريقة الثانية فهي الطريقة الحدية أو أسلوب منحنات السواء، وهي لا تعتمد على قابلية المنفعة للقياس وتقييم تحليلها على أساس علاقات مختلفة بين سلعتين[3].

1. نظرية المنفعة القياسية:

تقتضي هذه النظرية أن المستهلك يحصل من استهلاكه للسلعة على اشباع satisfaction أو منفعة (utility)، وأنه يمن قياس كمية الإشباع التي يحصل عليها من خلال وحدات الإشباع (المنفعة).

فإذا كان الفرد مثلا حين يستهلك كوبا من الماء يحصل على إشباع قدره 10 وحدات منفعة، فإن استهلاكه لكوب ثان من الماء في نفس اليوم يضيف إلى إشباعه (منفعته) قدرا آخر وليكن مثلا 12 وحدة منفعة أي أن الإشباع الكلي، أو منفعته الكلية التي يحصل عليها المستهلك من خلال استهلاكه لكوبين من الماء في اليوم هي 10+12=22 وحدة منفعة وهكذا إن أضاف شرب كوب آخر.

ولكن لا بد من الإشارة إلى أنه بعد حد معين فإنه، فإنه سوق يبلغ الإشباع الكلي، أو حد أقصى من الإشباع، بحيث أنه لا يستطيع استهلاك المزيد من الماء في اليوم، وبالتالي لا يحصل على أية منفعة إضافية وبالتالي يصل إلى نقطة التشبع، حيث أنه وبعد هذه النقطة فإن استهلاك المزيد من وحدات السلعة يؤدي إلى الوصول إلى قيم سالبة للمنفعة.

---

[1]–د. أحمد فوزي ملوخية، مرجع سبق ذكره، ص 86

[2]–د. البشير عبد الكريم، مرجع سق ذكره، ص 35

[3]–د. عزت قناوي، د. نيرة سليمان، مرجع سبق ذكره، ص 152

1.1 تعريف المنفعة: Utilité

لقد عرف الاقتصادي الانجليزي (Jorny Bentham) المنفعة بأنها:" قوة خفية في الأشياء تستطيع أن تخلق الإشباع، وسعادة الفرد هي مجموع الاشباعات التي يحصل عليها"[4]. وهي تعبر عن شعور المستهلك بالرضى والارتياح عند استهلاكه لوحدات مختلفة من سلعة ما، أو مجموعة من السلع، بمعنى آخر تمثل مستوى الإشباع الذي يتحقق نتيجة استهلاك الفرد وحدة أو وحدات متتالية من سلعة يشتريها.

وأخيرا يمكن تعريف المنفعة أيضا بأنها مقياس الفائدة أو السعادة التي يجنيها الفرد نتيجة شرائه السلع المختلفة، حيث أن المستهلك لا يقدم على شراء سلعة ما، إلا إذا اقتنع بأن هذه السلعة سوف تفيده وتنفعه[5].

2.1 أنواع المنفعة:

- المنفعة الشكلية: وهي تغيير شكل المادة أو السلعة من شكل إلى آخر يتفق وطبيعة الاستهلاك كتحويل القطن إلى غزل ثم إلى منسوجات، فكل وجه من هذه الأشكال قابل للاستخدام أو الاستهلاك في وجه معين.
- المنفعة المكانية: ويعتبر نقل السلعة من مكان إلى آخر عملا منتجا ما دام أن هذا التنقل يزيد من منفعتها أو يخلق مثل هذه المنفعة، فإذا نقلت السلعة من مكان تتواجد فيه بكثرة ولكن ليست مطلوبة فيه بكثرة، إلى مكان آخر يكثر فيه الطلب عليها فإن هذا النقل يعتبر عملا منتجا.
- المنفعة الزمانية: وهي تغيير زماني بالتخزين يسمح بتنظيم عرض السلعة على مدى الزمن في الأسواق عن طريق تخزين السلعة حين يقل الطلب عليه بالنسبة للحياة الموجودة منها، إلى أن يزيد الطلب عليها في وقت لاحق فما هو الشأن بالنسبة للإنتاج الزراعي الموسمي.
- المنفعة التملكية: أو الحيازية، على هذا النحو تعني نقل ملكية أو حيازة الأشياء من شخص إلى آخر طبيعي أو معنوي عن طريق عملية التبادل، أي البيع والشراء، حيث تنتقل ملكية السلعة من المنتجين إلى التجار، إلى المستهلكين الذين هم في أشد الحاجة إليها، مقابل امدادهم بالنقود أو سلع أخرى هم في حاجة إليها.
- المنفعة الخدمية: وتسمى أيضا المنفعة الشخصية، كالتي يوفرها الطبيب لمرضاه، والمحامي لموكله وغيرهم من الأفراد الذين يقدمون خدمات المجتمع.
- المنفعة الأولية: تسمى المنافع الأولية أو الإنتاجية المباشرة في عمل المزارع مثلا في حقله حيث يستطيع من خلال توليفة من الموار، إنتاج أو إبراز منتجات جديدة لم تكن موجودة من قبل، وكذلك تظهر في عمل الصيادين الذين

[4]–د. عابد فضيلة، د. رسلان خضور، مرجع سبق ذكره، ص 69

[5]–د. عمر صخري، مرجع سبق ذكره، ص 50

يسعون إلى استخراج مختلف الموارد من البحر وأيضا عمال المناجم، فكل هذه الاعمال تؤدي إلى إضافة منافع جديدة لم تكن موجودة من قبل.

3.1 فرضيات نظرية المنفعة القياسية

لقد قامت هذه النظرية على مجموعة من الفرضيات التي يجب الاعتراف أن معظمها تتسم بالمغالاة وعدم الواقعية، ويمكن إبراز هذه الافتراضات فيما يلي:

- مبدأ العقلانية أو السلوك الراشد للمستهلك، أي أن قرارات المستهلك وتصرفاته، لا بد أن تكون منطقية وعقلانية وغير متضاربة، ومنسجمة مع سعيه الدائم لتحقيق مصالحه والوصول إلى أحسن وضع ممكن من أجله تعظيم منفعته الكمية في حدود إمكانياته.
- القياس الكمي أو العددي للمنفعة: وبدون هذا الاقراض تسقط النظرية كلية ولا يصبح لها أي معنى وهذا يعني أن المستهلك قادر على قياس المنفعة التي يستمدها من سلعة أو خدمات معينة، بوحدات عدد أو كمية، يطلق عليها وحدات المنفعة.

ومن أجل تجنب هذا الغموض الذي يكتنف فكرة القياس الكمي للمنفعة، قرر بعض الاقتصاديين الآخرين أنه من الممكن في ظروف التأكد التام قياس المنفعة بوحدات نقدية، حيث يمكن قياس المنفعة المستمدة من استهلاك وحدة من استهلاك وحدة من سلعة ما بذلك القدر من النقود الذي يكون المستهلك مستعدا لدفعه مقابل حصوله على هذه الوحدة.

- ثبات المنفعة الحدية للنقود: بمعنى أن تكون أهمية أو منفعة الوحدة الواحدة من النقود لدى المستهلك ثابتة أثناء فترة التحليل المدروسة.

وعلى الرغم من أهمية هذا الاقتراض في تسهيل التحليل، إلا أنه غير صحيح فعندما ينفق المستهلك جزءا من دخله في شراء السلع المختلفة فإن الدخل المتبقي لدى هذا المستهلك سوف يقل وبالتالي لا بد من أن ترتفع المنفعة الحدية للنقود ولا تبقى ثابتة، ونفس الأمر ينطبق عندما تتغير الأسعار وبالتالي تغير الدخل الحقيقي للمستهلك.

- تناقص المنفعة الحدية: فعندما نقول بأن المنفعة الحدية لا بد أن تؤول في النهاية إلى التناقص فإن هذا يشير إلى احتمال أنها في حالات معينة (استثنائية) قد تتزايد في البداية لتتناقص بعد ذلك مع المزيد من استهلاك وحدات السلعة، أو أنها قد تكون (في الحالة الطبيعية) متناقصة بصفة مستمر منذ البداية وهذا هو الغالب في سلوك المنفعة الحدية.

- تعظيم دالة المنفعة الكلية: وهذا يعني أن كمية المنفعة الكمية تتناسب طردا مع كميات أو وحدات السلع المستهلكة دائما.

4.1 المنفعة الحدية والمنفعة الكلية والعلاقة بينهما

إن المعنى الاقتصادي المنفعة يرتبط بنظرة الشخص نفسه إليها، فالسلعة، ولو أن لها صفات ثابتة إلا أن منفعتها تتغير وتختفي حسب شعور الشخصي الذي هو في حاجة إليها، أي أن للمنفعة مسألة تقديرية شخصية ترجع إلى الشخص صاحب الحاجة، أي أن منفعة سلعة معينة تختلف من شخص إلى آخر وتختلف أيضا بالنسبة لنفس الشخص في أوقات مختلفة بغض النظر عنها أو عن أهميتها، سواء سلعة ضارة كالخمر، أو غير مشروعة كالمخدرات، ولكنها تكتسب منفعة اقتصادية إذا ما رأى الشخص أنه في حاجة إليها.

ولفهم هذه النظرية لا بد من التمييز بين مفهومين للمنفعة هما: المنفعة الكمية، والمنفعة الحدية

- **المنفعة الكلية**: وهي مجموع الاشباع المتحقق للمستهلك من سلعة ما، جراء استهلاكه كمية من هذه السلعة خلال فترة زمنية معينة ويرمز لها بالرمز UTx أي المنفعة الكلية التي سوف يتحصل عليها الفرد من جراء استهلاكه للسلعة x. ويمكن صياغتها وفق العلاقات التالية:

$$Ut= F(X_1, X_2, X_3 \ldots X_n)$$

أي أن المنفعة الكلية تعتمد على الكمية المستهلكة من السلعة والعلاقة بينهما طردية أو موجبة، حيث تزيد المنفعة الكلية وتنقص بزيادة ونقصان الكمية المستهلكة من السلعة.

- **المنفعة الحدية**: وهي تقيس التغير في المنفعة الكلية نتيجة لزيادة الاستهلاك بوحدة واحدة، أي منفعة الوحدة الإضافية من السلعة، أو المنفعة الإضافية التي يحصل عليها المستهلك من جراء استهلاك وحدة إضافية، أو هي منفعة الوحدة الأخيرة من السلعة وتساوي نسبة التغير في المنفعة الكلية على التغير في الكمية المستهلكة ويعبر عنها رياضيا كما يلي: $$Umx = \frac{\Delta uTx}{\Delta xi}$$

وفي الحالة المتقطعة يكون الاستهلاك بالوحدات وبالتالي فإن التغير في الكمية المستهلكة يساوي دائما الواحد أي $\Delta x = 1$ وبالتالي تصبح العلاقة السابقة كما يلي: $Umx = \Delta UTx$

مثال: من بيانات المنفعة الكلي للسلعة x الواردة في الجدول في الجدول أدناه رقم: 04 استنتج جدول المنفعة الحدية، ثم مثل بيانيا منحنياتها مع تقديم تفسير اقتصادي لذلك.

الجدول –04–المنفعة الكلية للسلعة x

Qx	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
UTx	0	7	13	18	22	25	27	28	28	27

الحل

1.إيجاد المنفعة الحدية باستعمال القانون:

$$Umx_1 \frac{UT_2 - UT_1}{Qx_2 - Qx_1} = \frac{7-0}{1-0} = 7$$

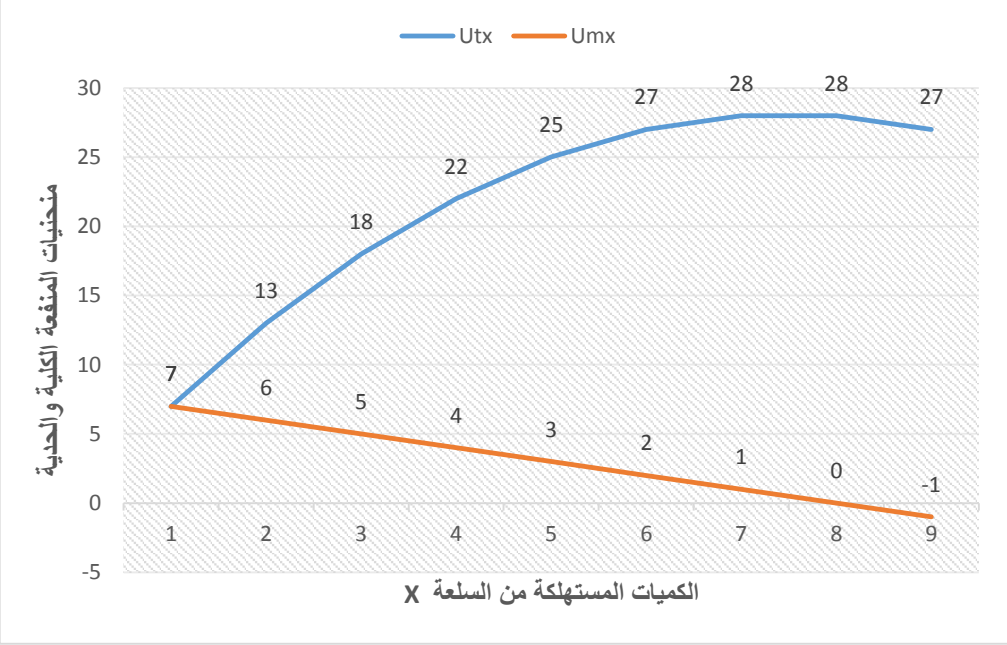
Qx	0	1	2	3	4	6	6	7	8	9
UTx	0	7	13	18	22	25	27	28	28	27
Umx	-	7	6	5	4	3	2	1	0	1-

إذن من الجدول أعلاه نستنتج أن: المنفعة الكلية هي مجموع المنافع الحدية.

$$UT_x = \sum_{i=1}^{i=n} (Umx)i$$

2.رسم دالة المنفعة الكلية والحدية:

الشكل 6: منحنيات المنفعة الكلية والحدية



3-**التفسير**:

بالنسبة لمنحنى للمنفعة الكلية UT فإنه ينطلق من النقطة (0.0) ، ثم يتزايد بمعدلات متناقصة جراء استهلاكه وحدات إضافية من السلعة x ، فمثلا عند استهلاكه لوحدة واحدة من السلعة X زادت المنفعة الكلية بمقدار 7 وحدات منفعة، و عند استهلاكه الوحدة الثانية زادت المنفعة الكلية بـ 6 وحدات منفعة و انتقلت إلى 13 وحدة منفعة و هكذا،

وهذا ما يفسر تقعر منحنى UT نحو الأسفل، ويستمر على هذا الحال إلى غاية وصوله إلى مرحلة التشبع، لأن المنفعة الكلية بعدها تبدأ بعدها بالتناقص (بعد النقطة Qx=8) مهما زاد استهلاك المستهلك من الوحدات x، إلا أن هذه الأخيرة تعطي له منفعة سالبة أو بتعبير آخر تسبب له ضيقا أو ألما، وتحقق له ضررا بدلا من المنفعة، وبالتالي فإن المستهلك الرشيد يتوقف عن الاستهلاك عند الوحدة الثامنة.

أما بالنسبة لمنحنى المنفعة الحدية Umx فنلاحظ تناقص المنفعة الحدية كلما استهلكت وحدات إضافية وهذا يفسر بأن المستهلك يكون متشوقا لاستهلاك الوحدات الأولى وبالتالي فهي تعطيه إشباعا أكبر فكلما زاد الاستهلاك زاد الإشباع وقلت رغبته للاستهلاك، ويستمر على هذا الحال يصل إلى مرحلة التشبع وهذه الظاهرة تسمى بقانون **تناقص المنفعة الحدية.**

5.1 توازن المستهلك

على ضوء أهم الافتراضات التي وضعها رواد نظرية المنفعة القياسية، فإنهم استطاعوا أن يضعوا القواعد التي تفسر سلوك المستهلك والتنبؤ به عن طريق بناء نموذج متماسك ومتسق منطقيا يصور وضع التوازن. والمقصود بوضع التوازن للمستهلك، هو ذلك الوضع الذي يحقق عنده المستهلك العقلاني أقصى اشباع ممكن، وللوصول إلى هذا الوضع ضمن تصور هذه النظرية فإننا نفترض ما يلي:

- ثبات الأسعار السائدة في السوق
- ثبات أذواق المستهلكين
- تجانس وحدات السلعة
- مبدأ العقلانية في تصرفات وسلوك المستهلك
- إمكانية قياس المنفعة كميا أو عدديا

وسوف نناقش حالة التوازن في حالتين: عندما يرغب المستهلك في إنفاق دخله على سلعة واحدة، ومن ثم إنفاق دخله على أكثر من سلعة.

➢ **توازن المستهلك في حالة الإنفاق على سلعة واحدة:**

إن القاعدة العامة لتوازن المستهلك تقول انه عندما يقوم المستهلك بإنفاق دخله المحدود على عدد من وحدات سلعة يرغب في شرائها فانه يجب أن تتساوى المنفعة الحدية المكتسبة من وحدات هذه السلعة$[UMx]$ مع المنفعة التي يضحى بها هذا المستهلك مقابل ذلك $[UMs]$ أي:

المنفعة الحدية المكتسبة Umx = منفعة الحدية للمنحنى بها UMs

ولقد جرت العادة أن يعتمد السعر الذي يدفعه المستهلك مقابل كل وحدة من السلعة كمقياس للمنفعة الحدية بها كالدينار مثلا وعليه:

المنفعة الحدية المضحى بها = ثمن السلعة P x المنفعة الحدية للنقود لوحدة النقد ƛ

مثال: بافتراض أن مستهلك ما يستهلك سلعة ما x مثلا، وبافتراض أن قيمة المنافع الحدية لهذه السلعة مبينة في الجدول التالي 05.

Q	1	2	3	4	5	6	7	8
Umx	11	10	09	08	07	06	05	04

المطلوب:

1/اوجد المنافع الكلية للسلعة X؟

2/اوجد الكميات اللازمة من السلعة X والتي تحقق التوازن لهذا المستهلك أن علمت أن سعر السلعة هو 4 ون، وأن تقدير المستهلك لمنفعة كل دينار منفعة في سبيل الحصول على هذه السلعة هو ƛ =1.25؟

الحل:

1-إيجاد المنافع الكلية سلعة X:

لدينا:

$$(Umx1)=\frac{\Delta utx}{\Delta Qx} \quad / \quad \Delta Qx=1$$

أي

$$Umx1 = \Delta UTx$$
$$Umx1 = UTx1 - UTx0 \rightarrow UTx1 = Umx1 + UTx0$$
$$\text{أي} \rightarrow UTx2 = Umx2 + UTx1$$
$$\rightarrow UTx3 = Umx3 + UTx2$$

Q	1	2	3	4	5	6	7	8
Umx	11	10	09	08	07	06	05	04
Utx	11	21	30	38	45	51	56	60

2-إيجاد نقطة توازن المستهلك:

الكمية المستهلكة Q	1	2	3	4	5	6	**7**	8
المنفعة الكلية UMx	11	21	30	38	45	51	**56**	60
المنفعة المكتسبة الحدية Umx	11	10	09	08	07	06	**05**	04
المنفعة المضحى بها UMs	5	5	5	5	5	5	**5**	5
الفائض الحدي للمستهلك	6	5	4	3	2	1	**0**	1-

*المنفعة المضحى بها = ثمن السلعة Px x المنفعة الحدية للنقود.

$$1.25\ x\ 4 = UMs$$
$$5 = UMs$$

-نلاحظ من الجدول أن التوازن المستهلك يحصل عند الوحدة السابعة، بسبب تساوى المنفعة الحدية المكتسبة مع المنفعة الحدية المضحى بها محققا إشباعا قدره $Ut = 56$ وحدة منفعة أي:

يمكن استنتاج قانون التوازن كما يلي:

$$UMs = \lambda \ \times \ Px \rightarrow \lambda = \frac{Umx}{Px}$$

➢ **توازن المستهلك في حالة إنفاقه على أكثر من سلعة**

قد نفترض أن المستهلك سوف يقوم بإنفاق دخله من أجل اقتناء عدة سلع ولنفرض أنها السلعتين x وy القابلتين للإحلال أو للإبدال بينها وبالتالي تكون دالة المنفعة من الشكل$Ut = f(x.y)$ ، ومن أجل الوصول إلى التوازن بالنسبة لهذا المستهلك فانه يجب توفر شرطين أساسيين:

- ♦ مساواة المنفعة الحدية المكتسبة من إنفاق وحدة النقد (الدينار) الأخيرة للسلعة xوالسلعة y مع المنفعة الحدية المكتسبة لكلا السلعتين، أو تساوي المنفعة الحدية للسلعتين xوy المنسوبة إلى أسعارها مع المنفعة الحدية لوحدة النقد (الدينار) أي:

$$\lambda = \frac{Umx}{Px} = \frac{Umy}{Py} = \frac{Umz}{Pz} \begin{cases} X \rightarrow \lambda \ \times Px = Umx \rightarrow \lambda = \frac{Umx}{Px} \\ Y \rightarrow \lambda \ \times Py = Umy \rightarrow \lambda = \frac{Umy}{Py} \\ Z \rightarrow \lambda \ \times Pz = Umz \rightarrow \lambda = \frac{Umz}{Pz} \end{cases}$$

- ♦ إنفاق المستهلك لدخله المخصص للاستهلاك كاملا على استهلك xوy وبالتالي تصبح معادلة الانفاق كالآتي: الدخل المخصص للاستهلاك = الكمية المشتراة من السلعة x في سعرها + الكمية المشتراة من السلعة y مضروبة في سعرها أي:

$$R = x.Px + y.Py$$

مثال: بالاعتماد على معطيات المثال السابق، وبافتراض أن هذا المستهلك يريد تعظيم منفعة بإضافة سلعة أخرى y كما هو مبين في الجدول أدناه:

Q	1	2	3	4	5	6	7	8
Umy	19	17	15	13	12	10	8	6

المطلوب:

1-اوجد نقطة توازن هذا المستهلك لما يستهلك السلعتين xوy، إذا علمت أن Py=8 ؟

2-ما هو مقدار الدخل مخصص للاستهلاك؟

3-بافتراض مجهولية مقدار مساهمة كل وحدة نقدية في المنفعة الكلية، وأن نسبة الدخل المخصص للاستهلاك هي R=88 أوجد توازن هذا المستهلك؟

الحل:

Q	1	2	3	4	5	6	7	8
Umy	19	17	15	13	12	10	8	7
Uty	19	36	51	64	76	86	94	101

1-تحديد .التوليفة المثلى من xو y التي تحقق التوازن للمستهلك :

Q	1	2	3	4	5	6	7	8
Utx	11	21	30	38	45	51	56	60
Umx	11	10	09	08	07	06	05	04
Uty	19	36	51	64	76	86	94	101
Umy	19	17	15	13	12	10	08	06
$Umsx$	5	5	5	5	5	5	5	5
$Umsy$	10	10	10	10	10	10	10	10
$\frac{Umx}{Px}$	2.75	2.5	2.25	2	1.75	**1.5**	**1.25**	**1**
$\frac{Umy}{Px}$	2.375	2.125	1.875	1.625	**1.5**	**1.25**	**1**	0.75

-الطريقة الأولى:

تساوي المنفعة الحدية المكتسبة مع المنفعة الحدية المضحى بها.

*بالنسبة للسلعة: وجدنا أن المنفعة المضحى بها تساوي: ($Umsx$=5)

و أن $Umsx= Umx$ = 5 $\rightarrow$ x= 7

*بالنسبة للسلعة y: المنفعة المضحى بها تساوي:

$$Umsy = Py \times ג$$

$$= 8 \times 1.25 = 10$$

$$Umsy = Umy = 10 \rightarrow y = 6$$

$$Utsy = Utx7 + Uty6$$

$$= 56 + 86 \rightarrow Uty = 142$$

وبالتالي يمكن القول أنه يجب على المستهلك اقتناء 7 وحدات من السلعة x و 6 وحدات من السلعة y للحصول على أقصى إشباع ممكن يقدر بـ 142 وحدة منفعة.

-الطريقة الثانية:

تساوي المنفعة الحدية للسلع إلى أسعارها مع المنفعة التقديرية لكل وحدة نقدية، وهذا من خلال العلاقة التالية:

$$\frac{Umx}{Px} = \frac{Umy}{Px} = ג$$

ونجد أن القانون ينطبق في الحالات التالية:

$$\frac{Umx}{Px} = \frac{Umy}{Py} = 1.5 \# ג$$

$$\frac{Umx}{Px} = \frac{Umy}{Py} = 1.25 = ג$$

$$\frac{Umx}{Px} = \frac{Umy}{Py} = 1 \# ג$$

وهنا نلاحظ أن هناك حالة واحدة مقبولة، وهي الوضعية التالية، حيث يجب على المستهلك اقتناء 7 وحدات من السلعة x و 6 وحدات من y للوصول إلى أقصى اقناع ممكن يقدر بـ142 وحدة منفعة .

2-مقدار الدخل المخصص للاستهلاك:

لدينا : $R=x.Px+y.Py$

$$R=(7.4)+(6.8)$$

$$R=76$$

3-إيجاد نقطة التوازن إن كان الدخل المخصص للاستهلاك يساوي 88 و.ن:

في هذه الحالة ومن أجل الوصول إلى نقطة التوازن يجب توفر شرطين أساسيين:

-الشرط الأول: تساوي المنافع الحدية للسلع بالنسبة إلى أسعارها

$$\frac{Umx}{Px} = \frac{Umy}{Py}$$

ونجد أن هذا الشرط يتوفر في ثلاثة حالات:

$$\frac{Umx}{Px}=\frac{Umy}{Py}=1.5\rightarrow\begin{cases}x=6\\y=5\end{cases}$$
$$\frac{Umx}{Px}=\frac{Umy}{Py}=1.25\rightarrow\begin{cases}x=7\\y=6\end{cases}$$
$$\frac{Umx}{Px}=\frac{Umy}{Py}=1\quad\rightarrow\begin{cases}x=8\\y=7\end{cases}$$

الشرط الثاني:

هو شرط الإنفاق أي يجب أن يتم إنفاق الدخل المخصص للاستهلاك كاملا من أجل اقتناء السلعتين xوy من خلال توفر الشرط $R=x.Px+y.Py$

أي $88=4.X+8.y$

وبالتالي لدينا ثلاثة حالات:

الشرط غير محقق $(6\ X4)+(5\ X8)=64\ \#R$

الشرط غير محقق $(7X4)+(6\ X8)=76\ \#\ R$

الشرط محقق $(8\ X4)+(7\ X8)=88=R$

إذن $Utsy=Utx8+Uty7$

$$=60+94\rightarrow Utsy=154$$

إذن يجب على المستهلك اقتناء 8 وحدات من السلعة X و 7 وحدات من السلعة y للوصول إلى أقصى إشباع ممكن بقدر بـ154 وحدة منفعة.

➢ **توازن المستهلك استخدام طريقة لاغرانج Lagrange**

لقد قلنا سابقا أن هدف المستهلك هو تعظيم المنفعة في ظل شرط إنفاق، أو ما يصطلح عليه قيد الميزانية، ولحل هذه المسائل التي تبحث عن التعظيم أو التدنية نستعمل طريقة LAGRANGE.

فاذا أردنا تعظيم الدالة$U=\int(y.x)$، تحت قيد الميزانية: $R=x.Px+y.Py$

يكون لدينا النموذج التالي:

$$\begin{cases}U=\int(y.x)\\R=x.Px+y.Py\end{cases}$$

نأخذ الدالة الثانية تمثل دالة القيد، ونكتبها على شكل دالة صفرية فيصبح لدينا:

$$R-x.Px-y.Py=0$$

نضيف هذه الدالة إلى الدالة الأصلية، فنكون وكأننا لم نضف شيئا، وتكون فعلا الدالة الأصلية تساوى الدالة الجديدة وتعظيم إحداهما هو تعظيم للأخرى، إذا نكتب:

$$L = \int (y.x) + ƛ\,(R - x.Px - y.Py)$$

-نقوم بالاشتقاق بالنسبة للمتغيرات الثلاثة $y.x$. ƛ على النحو التالي:

$$\frac{DL}{DX} = 0 \rightarrow \frac{DU}{DX} + ƛ\,(-Px) = 0$$

$$Umx + ƛ\,(-Px) = 0 \rightarrow ƛ = \frac{Umx}{PX} \qquad ...1$$

$$\frac{DL}{DY} = 0 \rightarrow \frac{DU}{DY} + ƛ\,(-Py) = 0$$

$$Umy + ƛ\,(-Py) = 0 \rightarrow ƛ = \frac{Umy}{Py} \qquad ...2$$

$$\frac{DL}{Dƛ} = 0 \rightarrow R = x.Px + y.Py = 0 \qquad ...3$$

نقوم بإجراء المساواة بين 1 و2 فنحصل على معادلة أخرى 4، نقوم بتعويض هذه الاخيرة في المعادلة رقم 3 فنحصل على القيم المتوازنة $y.x$.ƛ

مثال: بافتراض أن مستهلك ما لديه دالة منفعة من الشكل التالي:

$$UT = x.y$$

بينما يقدر سعر السلعة x بـ4 و.ن، وسعر السلعة y بـ3 و.ن، أما الدخل المخصص للاستهلاك فيقدر بـ24 و.ن.

المطلوب:

أحسب الكميات $y.x$ التي تحقق للمستهلك أقصى إشباع ممكن باستخدام طريقة لاغرانج؟

الحل:

لدينا النموذج من الشكل التالي:

$$\begin{cases} U = x.y & Max \\ 24 = 4x + 3y & s/c \end{cases}$$

تصبح دالة لاغرانج من الشكل:

$$L = (x.y) + ƛ\,(24 - 4\,x - 3y).$$

$$\frac{DL}{DX} = 0 \rightarrow Y + ƛ\,(-4) = 0$$

$$\rightarrow ƛ = \frac{Y}{4} \qquad ...1$$

$$\frac{DL}{DY} = 0 \rightarrow X + ƛ\,(-3) = 0$$

$$\rightarrow ƛ = \frac{X}{3} \qquad ...2$$

$\frac{DL}{DY} = 0 \rightarrow 24 - 4\,x - 3y = 0$ ...3

بالمساواة بين 1 و2 نجد:

$$\frac{Y}{4} = \frac{X}{3}$$

$$4\,x = 3y \rightarrow Y = \frac{4}{3}\,X \quad .....4$$

نعوض 4 في 3 نجد:

$$\rightarrow 24 - 4\,x - 3y = 0$$

$$\rightarrow 24 - 4\,x - 3y(\frac{4}{3}X) = 0$$

$$\rightarrow 24 = 8X \quad \boldsymbol{X = 3\ Y = 4}$$

$$\text{ג} = 1 \quad \boldsymbol{U = 12}$$

إذن يجب على المستهلك اقتناء 3 وحدات من X و 4 وحدات من Y للوصول إلى أقصى إشباع ممكن يقدر بـ12 وحدة منفعة.

ملاحظة:

عكس الحالة الأولى، قد يكون الهدف من استخدام طريقة لاغرانج هو التدنية، أي الوصول إلى قيمة الدخل الواجب تخصيصاه للاستهلاك للحصول على مستوى معين من المنفعة، وبالتالي تصاغ دالة لاغرانج من الشكل التالي:

$$\begin{cases} U = \int(\mathrm{x}.\mathrm{y}) \quad s/c \\ R = xP\mathrm{x} + y\,.\,Py \quad \left(\text{التدنية}\right) \text{ دالة الهدف} \end{cases}$$

$$\mathrm{L} = (\mathrm{x}.P\mathrm{x} + \ y.P\ y) + \text{ג}\,(\,U - \int(\mathrm{x}.\mathrm{y}))$$

مثال:

بالاعتماد على معطيات المثال السابق، وبافتراض أن قيمة الدخل مجهولة، وأن للمستهلك يحصل على المنفعة تقدر بـ48 وحدة منفعة.

المطلوب:

أوجد الكميات x وy التي تحقق للمستهلك التوازن، وما هو الدخل المخصص لذلك؟

الحل:

$$\begin{cases} 48 = x.y \quad s/c \\ R = 4x + 3y \quad Min \end{cases}$$

$$\mathrm{L} = (4\mathrm{x} + 3\,y) + \text{ג}\ = (48 - \mathrm{x}.y)$$

$\frac{DL}{DX} = 0 \rightarrow 4 + ג\,(-y) = 0$

$ג = \frac{4}{y}$ ...1

$\frac{DL}{DX} = 0 \rightarrow 3 + ג\,(-x) = 0$

$ג = \frac{3}{x}$ ...2

$\frac{DL}{DX} = 0 \rightarrow 48 - x.y = 0$ ...3

بالمساواة نجد 1 و2 نجد:

$$\frac{4}{y} = \frac{3}{x}$$

ومنه:

$$3\,y = 4x$$

$$y = \frac{4}{3}x \quad .....4$$

تعوض 4 في 3 نجد:

$$48 - x.(\frac{4}{3}x) = 0$$

$$\rightarrow 48 = \frac{4}{3}x2$$

$$\mathbf{x = 6 \quad y = 8 \quad ג = 1/2}$$

$$R=(6\,x4) + (\,8x3\,) \rightarrow \quad \boldsymbol{R = 48})$$

إذن نجد على المستهلك اقتناء 6 وحدات من x و8 وحدات من y للوصول إلى أقصى إتباع ممكن يقدر بـ48 وحدة منفعة ،و هذا في حدود دخل يقدر بـ 48 وحدة نقدية.

تمارين محلولة حول المرونات ونظرية المنفعة القياسية

التمرين الأول:

ليكن لدينا الطلب على السلعة x تتغير بتغير سعرها وأسعار السلع الأخرى yوz، حيث أنّ دالة الطلب تأخذ الشكل التالي:

$$Q_x = -13\ P_x - 8\ P_y + 10P_z + 360$$

وتأخذ الأسعار القيم التالية: $P_x = 22$ $P_y = 15$ $P_z = 20$

1) أحسب الكمية المطلوبة من السلعة x ؟

2) أحسب المرونة المتقاطعة للسلعة x ؟

3) ماذا يمكن القول عن العلاقة بين x وy ، z وx؟

التمرين الثاني:

ليكن لدينا دالة طلب معرفة كما يلي: $Q_1 = 40 - \frac{1}{4}P$

إذا أردنا تحديد دالة الطلب لسلعة ثانية Q_2 وهذا بالاستعانة بالمعلومات التالية:

- Q_2 دالة خطية.
- تتقاطع الدالتان من أجل P = 8.
- مرونة الطلب السعرية للسلعة الأولى ضعف المرونة السعرية الثانية.

- **المطلوب:** أوجد دالة الطلب الثانية؟

التمرين الثالث: يظهر الجدول التالي بيانات المنفعة الكلية لسلعة ما:

Q_x	0	1	2	3	4	5	6	7
Ut_x	0	2	7	10	12	13	13	12

1) أحسب المنفعة الحدية وماذا تستنتج؟

2) ارسم منحنيات المنفعة الكلية والحدية واشرح العلاقة بينهما؟

3) ما هو الجزء المناسب من حيث تحليل سلوك المستهلك من خلال منحى المنفعة الحدية

التمرين الرابع

ليكن لدينا الجدول التالي الذي يعطينا المنافع الحدية من السلع x ، y، z، w على التوالي:

Q_x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
U_{mx}	16	10	8	4	2	1	0	-1	-2	-4
U_{my}	16	12	10	8	4	2	0	-2	-4	-6
U_{mz}	10	08	4	3	2	1	0,5	0	-0,5	-1
U_{mw}	40	24	16	8	7	6	5	4	2	0

1)أوجد المنافع الكلية الفردية, لكلّ من السلع x ،y ، z، w؟

2)إذا كان $P_x = 2$ $P_y = 4$ $P_z = 1,$ $P_w = 8$ $R = 68$ أوجد نقطة توازن هذا المستهلك؟

3) ما هي المنفعة الكلية المحقّقة عند التوازن؟

الحل:

حلّ التمرين الأول:

لدينا: $Q_x = -13P_x - 8P_y + 10P_z + 360$

حيث: $P_x = 22\ ,\ P_y = 15\ ,\ P_z = 20$

1/ حساب الكمية المطلوبة من السلعة x

$$Q_x = -13(22) - 8(15) + 10(20) + 360$$
$$Q_x = -286 - 120 + 200 + 360$$
$$\boxed{Q_x = 154}$$

2/ حساب المرونة المتقاطعة للسلعة x :

* حساب المرونة المتقاطعة للسلعة x و y

$$E_{x/y} = \frac{dQ_x}{dP_y} . \frac{P_y}{Q_x}$$
$$\frac{dQ_x}{dP_y} = -8$$
$$E_{x/y} = \frac{dQ_x}{dP_y} . \frac{P_y}{Q_x}$$
$$= -8 . \frac{15}{15}$$
$$\Rightarrow \qquad \boxed{E_{x/y} = -0{,}77}$$

هذا يدلّ على أنّ السلعتان x وy متكاملتان.

* حساب المرونة المتقاطعة لسلعة x و z

$$E_{x/z} = \frac{dQ_x}{dP_z} . \frac{P_z}{Q_x}$$
$$\frac{dQ_x}{dP_z} = \left(-13P_x - 8P_y + 10P_z + 360\right)' = 10$$
$$E_{x/z} = \frac{dQ_x}{dP_z} . \frac{P_z}{Q_x}$$

$$= 10 . \frac{20}{15} \quad \Rightarrow \quad \boxed{E_{x/z} = 1{,}29}$$

بما أنّ الإشارة موجبة كان فان هذا يدلّ على أنّ السلعتان x وz متبادلتان.

حلّ التمرين الثاني:

لدينا دالة الطلب الأولى: $Q_1 = 40 - \frac{1}{4}P$

المعطيات لدينا: $\boxed{Q_2 = A_2 - d_2P_2}$

* Q_2 دالة خطية أي:

* Q_2 تقطع Q_1 من أجل : $P = 8$

$$Q_1 = Q_2$$

$$Q_1 = 40 - \frac{1}{4} . (8) = Q_2$$

$$\boxed{Q_1 = 38 = Q_2}$$

* مرونة الطلب السعرية الأولى ضعف المرونة السعرية الثانية:

أي: $(E_2 = \frac{1}{2}\, E_1)$ أو $(E_1 = 2\, E_2)$

لدينا: $E_2 = \frac{1}{2}\, E_1$

$$(\frac{\mathrm{d}Q_2}{\mathrm{d}P_2} . \frac{P_2}{Q_2}) = \frac{1}{2}(\frac{\mathrm{d}Q_1}{\mathrm{d}P_1} . \frac{P_1}{Q_1})$$

عند التقاطع لدينا:

$$\begin{cases} P_1 = P_2 \\ Q_1 = Q_2 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \frac{P_1}{Q_1} = \frac{P_2}{Q_2}$$

ومنه:

$$(\frac{\mathrm{d}Q_2}{\mathrm{d}P_2} . \frac{P_2}{Q_2}) = \frac{1}{2}(\frac{\mathrm{d}Q_1}{\mathrm{d}P_1} . \frac{P_1}{Q_1})$$

$$Q_2 = A_2 - d_2P_2$$

ومنه:

$$* \ \frac{\mathrm{d}Q_2}{\mathrm{d}P_2} = -d_2$$

أي:

$$-d_2 = \frac{1}{2}.\frac{dQ_1}{dP_1}$$

$$Q_1 = 40 - \frac{1}{4}.P$$

$$* \frac{dQ_1}{dP_1} = -\frac{1}{4}$$

أي:

$$-d_2 = \frac{1}{2}.(-\frac{1}{4})$$

$-d_2 = -\frac{1}{8}$ أو $\boxed{d_2 = \frac{1}{8}}$

من أجل P = 8 و $Q_2 = 38$

$$Q_2 = A_2 - d_2 . P_2$$

$$38 = A_2 - \frac{1}{8}.(8) \qquad \boxed{A_2 = 39}$$

ومنه دالة الطلب الثانية:

$$\boxed{Q_2 = 39 - \frac{1}{8}.P_2}$$

حل التمرين الثالث:

1) حساب المنفعة الحدية :

Q_x	0	1	2	3	4	5	6	7
Utx	0	2	7	10	12	13	13	12
Umx	-	2	5	3	2	1	0	-1

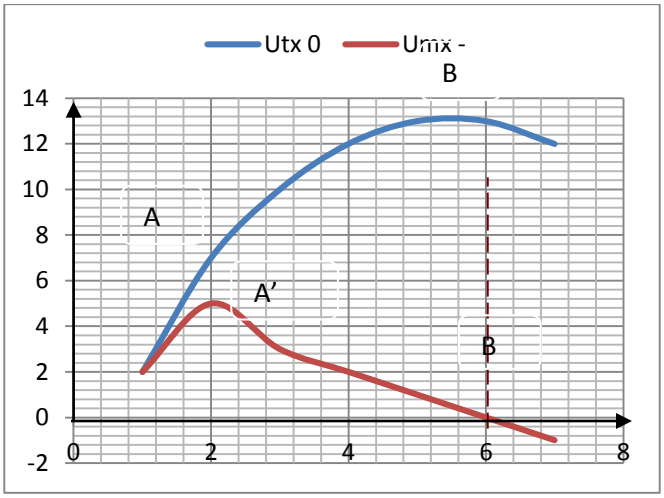
$$Umx_2 = \frac{Ut_3 - Ut_2}{Q_{x_3} - Q_{x_2}} = \frac{7-2}{2-1} = 5$$

$$Umx_1 = \frac{Ut_2 - Ut_1}{Q_{x_2} - Q_{x_1}} = \frac{2-0}{1-0} = 2$$

الاستنتاج:

نستنتج أنّ كلما زاد استهلاك الوحدات: تناقصت المنفعة الحدية وهو ما يعرف بقانون تناقص المنفعة الحدية

2) رسم منحنيات المنفعة الكلية والحدية :



شرح العلاقة بينهما:

- من النقطة O إلى A: تتزايد المنفعة الكلية UT بتزايد الوحدات المستهلكة وتكون المنفعة الحدية متزايدة وموجبة.
- من النقطة A إلى B: تستمر المنفعة الكمية UT بالتزايد كلما زادت الوحدات المستهلكة ولكن بمعدّلات متناقصة، حيث تعتبر النقطة A نقطة انعطاف، أمّا المنفعة الحدية Umx فتكون موجبة ولكن متناقصة.
- بعد النقطة B: يبدأ منحنى المنفعة الكمية UT بالتناقص كلما زادت الوحدات المستهلكة Q_x، أما المنفعة الحدية Um فتكون سالبة.

الجزء المناسب من حيث تحديد سلوك المستهلك هو المجال [A,B] حيث تكون المنفعة الكلية UTموجبة ومتزايدة أمّا المنفعة الحدية Um موجبة ومتناقصة.

حلّ التمرين الرابع:

1) إيجاد المنافع الكلية للسلع x، y، z، w

Q	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
UTx	16	26	34	38	40	41	41	40	38	34
UTy	16	28	38	46	50	52	52	50	46	40
UTz	10	18	22	25	27	28	28,5	28,5	28	27
UTw	40	64	80	88	95	101	106	110	112	112

$$Um_x = \frac{\Delta UT}{\Delta Q} \quad \Rightarrow \quad \Delta UT = Um \ x \ \Delta Q$$

2) إيجاد نقطة التوازن المستهلك لما: $P_x = 02$ ، $R = 68$، $P_y = 04$، $P_z = 01$ ، $P_w = 08$

Q	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Um_x/P_x	8	5	4	2	1	½	-	-1/2	-1	-2
Um_y/P_y	4	3	5/2	2	1	½	-	-1/2	-1	-3/2
Um_z/P_z	10	8	4	3	2	1	½	1	-1/2	-1
Um_w/P_w	5	3	2	1	7/8	¾	5/8	½	¼	-

حسب نظرية المنافع الحدية: يصل المستهلك إلى التوازن إذ توفر الشرطان التاليان:

* الشرط الأول: الشرط اللازم: إذا كانت نسب المنافع الحدية إلى أسعارها متتالية ومتساوية المنفعة الحدية للنقود λ

*الشرط الثاني: الشرط الكافي: إذا كان الإنفاق يتمّ في حدود الدخل R المخصص للاستهلاك

$$R = x.\,Px + y\,.Py$$

لدينا

$$\lambda = \frac{Um_x}{P_x} = \frac{Um_y}{P_y} = \frac{Um_z}{P_z} = \frac{Um_w}{P_w} \quad (1)$$

مع العلم أن λ مجهول

من خلال الجدول لدينا عدّة حلول:

$$\frac{Um_x}{P_x} = \frac{Um_y}{P_y} = \frac{Um_z}{P_z} = \frac{Um_w}{P_w} = \mathbf{2} \begin{cases} x = 4 \\ y = 4 \\ z = 5 \\ w = 3 \end{cases}$$

$$\frac{Um_x}{P_x} = \frac{Um_y}{P_y} = \frac{Um_z}{P_z} = \frac{Um_w}{P_w} = \mathbf{1} \begin{cases} x = 5 \\ y = 5 \\ z = 6 \\ w = 4 \end{cases}$$

$$\frac{Um_x}{P_x} = \frac{Um_y}{P_y} = \frac{Um_z}{P_z} = \frac{Um_w}{P_w} = \mathbf{1/2} \begin{cases} x = 6 \\ y = 6 \\ z = 7 \\ w = 8 \end{cases}$$

2)الشرط الثاني:

$$R = x = P_x + y.P_y + 2P_2 + wP_w$$

$$*(2.4) + (4.4) + (1.5) + (8.3) = R$$

$$8 + 16 + 5 + 24 = R \Rightarrow 53 \neq (64 = R)$$ هذا الحل مرفوض

$$*(2.5) + (4.5) + (1.6) + (8.4) = R$$

$$10 + 20 + 6 + 32 = 38 = R$$ الحل مقبول

$$*(2.6) + (4.6) + (1.7) + (8.8) = R$$

$$12 + 24 + 7 + 64 = 107 \neq R$$ هذا الحل مرفوض

إذن الحالة التي تحقق التوازن هي النقطة $(x, y, z, w) = (5, 5, 6,)$ و التي تحقق أقصى اشباع ممكن بقدر ب:

$$UT = UTx_5 + UTy_5 + UTz_6 + UTw_4 = 40 + 50 + 28 + 88$$

$$UT = 206$$

نظرية المنفعة الترتيبية

لقد وجهت الكثير من الانتقادات إلى فرضيات نظرية المنفعة القياسية، والتي تقول أنه يمكن قياس المنفعة قياسا عدديا أو كميا على أساس أن المنفعة هي إحساس أو منتج معنوي و نفسي نسبي، وبالتالي عمليا لا يمكن قياسها قياسا عدديا بوحدات القياس.

وعلاوة على ذلك، فانه من غير الممكن للمستهلك أن يقدر كمية المنفعة بدقة، و التي هي تعبر عن شدة الرغبة كأن يقول مثلا أن شدة رغبته في استهلاك وحدة واحدة من السلعة x تعادل خمس مرات من شدة رغبته في استهلاك وحدة واحدة من السلعة y ،فهي التقدير ليس صعبا فقط، بل بعيد عن الواقع.

بالإضافة إلى الانتقاد السابق، فان أهم الانتقادات الأخرى الموجهة لنظرية المنفعة القياسية، هي فرصة ثبات المنفعة الحدية للنقود، فهذا غير مقبول خاصة لما يبدأ دخل المستهلك في الانخفاض بعد عمليات الشراء، ضف إلى ذلك أن قانون تناقص المنفعة الحدية الذي لا ينطبق على جميع السلع وخاصة السلع الغذائية، كل هذه الانتقادات كانت سببا في ظهور نظرية المنفعة الترتيبية.

1. المنفعة الترتيبية وفرضياتها:

لقد كان الاقتصادي الايطالي باريتو pareto، أول من طور النظرية الحديثة للمنفعة، فبن أن التحديد العددي أو القياس الكمي للمنفعة ليس ضروريا، اذ يكفي في الواقع بأن نفترض بأن المستهلك يقوم بترتيب منافع السلع أو مجموعات السلع وفق سلم أولويات، ولقد تبلورت هذه الأفكار باستخدام نظرية 'منحنيات السواء، والتي مكنت من تحليل سلوك المستهلك في الوصول إلى النتائج ذاتها التي توصلت إليها النظرية التقليدية التي افترضت القياس المكي للمنفعة.

أما فيما يخص الفرضيات التي تبنى عليها منحنيات السوء، فهي نفس فرضيات نظرية المنفعة القياسية، بالإضافة إلى الفرضيات التالية:

- يمكن للمستهلك أن يرتب عدة مجموعات من السلع حسب أهميتها النسبية عنده بدلا من قياس المنفعة التي يتحصل عليها للمستهلك.
- أن منحنيات السواء محدبة باتجاه نقطة الأصل نتيجة تناقص المعدل الحدي للإحلال.

1.1 مفهوم وخصائص منحنيات السواء:

1.1.1 المفهوم: يعرف منحنى السواء أو منحنى الإشباع المتماثل، بأنه المنحنى الذي يمر بجميع النقاط التي تمثل كافة التوليفات المختلفة من كميات سلعتين والتي تعطي للمستهلك نفس مستوى الشباع، أو المنفعة.

أو هو التمثيل البياني الذي يمر أو يربط بين مجموعة من النقاط التي تمثل وحدات من السلع والخدمات، والتي إذا قام المستهلك باستهلاك أي منها تعطيه نفس مستوى الإشباع، وهذا يعني أن التوليفات الواقعة على منحنى السواء هي على حد سواء Indifferent ، من حيث مستوى الإشباع ،لهذا سمي بهذا الاسم.

في الأخير يمكن القول أيضا أنه يعبر عن العلاقة بين الكمية المطلوبة من السلعة الأولى والتي يمثلها محور الفواصل مثلا والطلب على السلعة الثانية التي يمثلها محور التراتب.

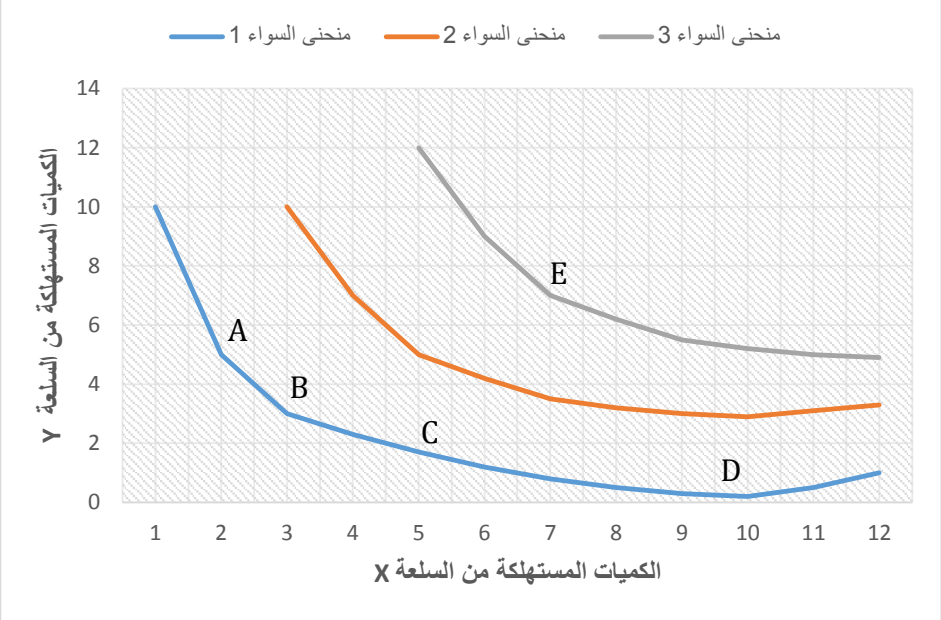
مثال:

يوضح الجدول رقم :06: بيانات نقاط تقع على ثلاث منحنيات سواء مختلفة لمستهلك ما. حيث أن كل منحنى يربط ما بين مجموعة من الإحداثيات ($x_i . y_i$) التي تعطي للمستهلك نفس مستوى الإشباع.

الجدول رقم 05: جدول السواء:

منحنى السواء 1		منحنى السواء 2		منحنى السواء 3	
Qx	**Qy**	**Qx**	**Qy**	**Qx**	**Qy**
1	10	3	10	5	12
2	05	4	07	6	09
3	03	5	05	7	07
4	2.3	6	4.2	8	6.2
5	1.7	7	3.5	9	5.5
6	1.2	8	3.2	10	5.2
7	0.8	9	03	11	05
8	0.5	10	2.9	12	4.9
9	0.3				
10	0.2				

الشكل –17–خريطة السواء



من خلال الشكل 17 نلاحظ أن المستهلك لديه مجموعة من الخيارات لتعظيم الإشباع، ممثلة في ثلاثة منحنيات سواء، وكل منحنى يضم مجموعة من التوفيقات تضمن للمستهلك نفس مستوى الإشباع مثلها مثل أية نقطة أخرى موجودة على نفس المنحنى.

فقد يفضل المستهلك مثلا استهلاك 2 وحدة من x، و5 وحدات من y النقطة (A)، ويستطيع أن يستبدلها بـ9 وحدات x و 0.3 من y وهكذا، وبالتالي نفس الأمر ينطبق على النقاط الأخرى، وتجدر الإشارة إلى أن المستهلك قد يواجه أكثر من منحنى سواء واحد، وهذا ما يطلق عليه بخريطة السواء.

2.1.1 خريطة السواء:

تتمثل خريطة السواء في مجموعة من منحنيات السواء، والتي يعبر كل منها عن مستوى إشباع معين يختلف عن المنحنى الآخر (انظر الشكل 17)، وكلما انتقلنا إلى أعلى على خريطة السواء يزداد مستوى الإشباع الذي يحصل عليه المستهلك، بمعنى أن منحنى السواء الأعلى يعطي مستوى إشباع أكبر من مستوى الإشباع الذي يعطيه منحنى السواء الأقل، وتفسير ذلك أن منحنى السواء الأعلى يحتوى على كميات أكبر من إحدى أو كلا السلعتين معا، وبالرجوع إلى المثال السابق نجد مثلا أن النقطة E التي تقع على منحنى السواء (3) تحقق إشباع أكبر من النقاط D،C،B،A والتي تقع على منحنى السواء رقم (1).

3.1.1 خصائص منحنيات السواء:

تتميز منحنيات السواء بمجموعات من الخصائص التي يمكن إيجازها كما يلي:

- ❖ منحنيات السواء تنحدر من الأعلى إلى الأسفل، ومن اليسار إلى اليمين، بمعنى أنها سالبة الميل، فهو (المستهلك) عندما يتحرك في هذا الاتجاه، فانه ولكي يحصل على وحدت أكثر مثلا من السلعة X، فلابد عليه من أن يتنازل عن وحدت مقابلة لها من السلعة Y حتى يحافظ على نفس مستوى الإشباع الذي يحصل عليه.
- ❖ منحنيات السواء محدبة اتجاه نقطة الأصل (نقطة 0)، وهذا يبين خاصية مفهوم تناقص المعدل الحدي للإحلال، بمعنى أنه كلما زادت الوحدات المستهلكة من السلعة X ، كلما زادت عدد الوحدات من السلعة Y المتنازل عنها.
- ❖ منحنيات السواء لا تتقاطع مع بعضها البعض، حيث يمثل كل منحنى سواء مستوى إشباع يختلف عن الآخر.

2.1 المعدل الحدي للإحلال:

يعرف المعدل الحدي لإحلال السعلة X محل Y، بأنه كمية السعلة Y التي يكون المستهلك مستعد للتنازل عنها من أجل أن يحصل على وحدة إضافية واحدة من X مع بقائه على نفس منحنى السواء، ويتناقص هذا المعدل كلما تحرك الفرد إلى أسفل على منحنى السواء و يرمز له بالرمز **TMSxy**.

لدينا:

$$\begin{cases} Umx = \dfrac{dUTx}{dx} \rightarrow dUTx = \mathrm{Umx}.\,dx. \\ \mathrm{Umy} = \dfrac{\mathrm{dUTy}}{\mathrm{dy}} \rightarrow dUT\mathrm{y} = \mathrm{Umy}.\,dy. \end{cases}$$

ولدينا : $U = \int \left(\mathrm{x,y}\right)$

ويكتب التفاضل الكلي لهذه المعادلة على شكل:

$$\mathrm{dU} \int x\,.dx + \int \mathrm{y}.\,\mathrm{dy}$$

ولدينا:

$$\begin{cases} UTx\mathrm{y} = \mathrm{UTx} + UT\mathrm{y}. \\ dUTx\mathrm{y} = \mathrm{dUTx} + dUT\mathrm{y}\,. \end{cases}$$

$$dUTx\mathrm{y} = Umx.\,dx + \mathrm{Umy}.\,\mathrm{dy}$$

بسبب ثبات المنفعة على طول منحنى السواء يمكن كتابة:

$$dUTx\mathrm{y} = Umx.\,dx + \mathrm{Umydy}. = 0$$

$$\frac{Umx}{Umy} = \frac{-dy}{dx}$$

$$TmSxy = \frac{Umx}{Umy} = -\frac{dy}{dx} = \frac{-Px}{Py}$$

2. قيد الميزانية وتوازن المستهلك

لقد رأينا سابقا أن خريطة السواء للمستهلك تعبر عن تفضيلات المستهلك، فعند ثبات العوامل الأخرى وبقائها على حالها، يرغب المستهلك دائما في الحصول على أقصى إشباع ممكن والذي يتمثل في الوصول إلى أعلى منحنى سواء.

أما خط الميزانية فهو يعبر عن إمكانيات المستهلك، أي بتعبير آخر السلوك الممكن للمستهلك، حيث أن هذا الأخير لا يستطيع شراء مجموعات سلعية تتجاوز الجزء المخصص للإنفاق ومن ثم لابد عليه من شراء تلك المجموعات السلعية الواقعة على خط الميزانية.

1.2 خط الميزانية:

يمكن تعريف خط الميزانية (الدخل) بأنه خط مستقيم يمثل المجموعات السلعية التي يمكن للمستهلك شرائها بذلك الجزء المخصص للاستهلاك وبالأسعار السائدة في السوق، وهذا يعني أن الدخل المخصص للاستهلاك يجب أن ينفق بأكمله على السلع **Xi**، بحيث يساوي الدخل الكمية المشتراة من السلع **Xi** مضروبة بأسعارها.

فاذا افترضنا أن **R** هو الدخل المخصص للاستهلاك، وأن الأسعار السائدة في السوق هي (Px_1, Px_2, Px_3,….Px_n)، وبالتالي يمكن صياغة قيد الميزانية رياضيا كما يلي:

$$R = \sum_{i=1}^{n} (xi \,.\, Pxi) \Longrightarrow R = x1.Px1 + x2.Px2 + \cdots \ldots . xn.Pxn$$

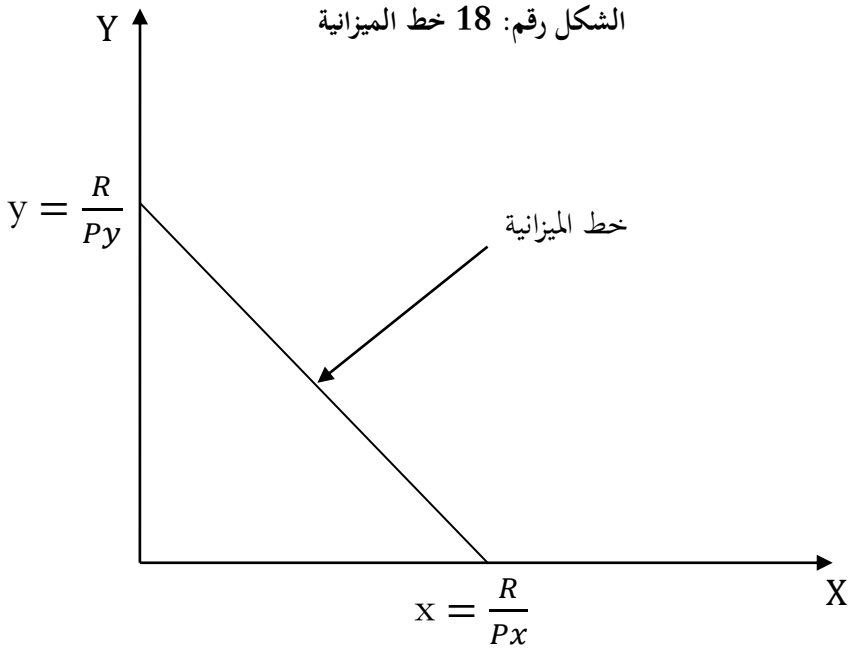
حيث أن n تمثل عدد السلع المستهلكة، ولقد قلنا سابقا أنه ومن أجل تبسيط نموذج الدراسة، فإننا سوف نفترض أن المستهلك يشتري سلعتين فقط X و Y وبالتالي يصبح قيد الميزانية كما يلي:

$$R = x.Px + y.Py$$

ملاحظة:

- يتم رسم خط الميزانية عن طريق رسم نقطتين (A) (B) ، حيث تمثل النقطة الأولى عند افتراض أن المستهلك يستهلك السلعة y فقط (x = 0) وبالتالي $y = \frac{R}{Py}$، أما النقطة الثانية (B) فهي تمثل عند افتراض أن المستهلك يستهلك السلعة x فقط وبالتالي فان $x = \frac{R}{Px}$ ، علما أن هذين الاحتمالين بعيدين عن الواقع ومستبعدان من التحليل.

الشكل رقم: 18 خط الميزانية

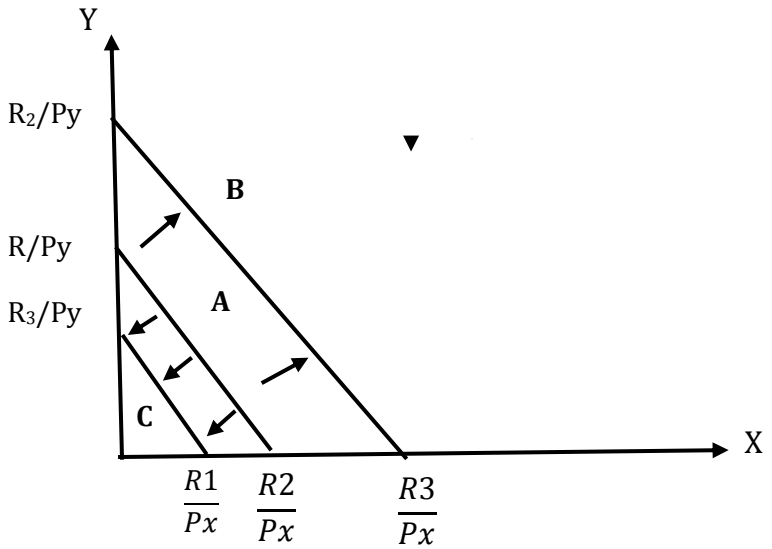


- ينحدر خط الميزانية من اليسار إلى اليمين من الأعلى إلى الأسفل، أي أنه ذو ميل سالب، وتكتب معادلة خط الميزانية من الشكل التالي:

$$R = x.P(x) + y.P(y) \Rightarrow y = \frac{R}{P(y)} - \left(\frac{P(x)}{P(y)}\right).x$$

حيث أن $\frac{-P(x)}{P(y)} = \alpha$ يمثل ميل خط الميزانية والذي يمثل النسبة بين الأسعار السلعتين x و y

- بافتراض تغير الدخل مع بقاء الأسعار السائدة في السوق ثابتة مع حالها، فإنّ خط الميزانية، سوف ينتقل نحو اليمين (الأعلى) في حالة زيادة الدخل، أما في حالة النقصان فإن خط الميزانية سوف ينتقل نحو اليسار(الأسفل) وهكذا بشكل موازي، دلالة على أن ميل خط الميزانية لم يتغير (ثابت).



- يجب أن يتوفر لدى المستهلك فرضية عدم إمكانية الادخار وعدم إمكانية الاستدانة حيث أن:

كل إحداثية تقع على خط المستهلك، تمثل المجموعة السلعية التي يمكن للمستهلك الحصول عليها بإنفاق كامل دخله مستلما هو الحال بالنسبة (A)

$$A(x1,y1) \Rightarrow R = x1.P(x1)+y1.P(y1)$$

كل احداثية تقع على يمين خط الميزانية تمثل مجموعة سلعية لا يمكن استهلاكها عند إنفاق كامل الدخل، حيث أنها تتطلب دخل إضافي، كما هو الحال بالنسبة للنقطة (B)

$$B(x2, y2) \Rightarrow R2 > x2.P(x2) + y2.P(y2)$$

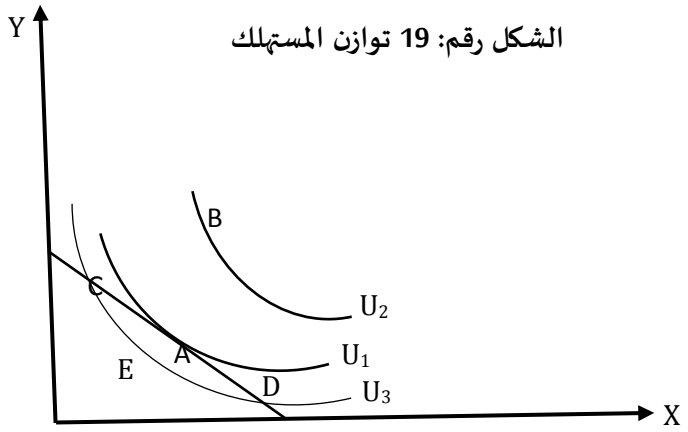
كل احداثية تقع على يسار الخط الميزانية تمثل مجموعة سلعية يمكن للمستهلك اقتنائها عند إنفاق جزء من دخله المخصص للاستهلاك فقط كما هو الحال للنقطة (C)

$$C(x3, y3) \Rightarrow R3 < x3.P(x3) + y3.P(y3)$$

2.2 توازن المستهلك:

إن المستهلك يرغب دائما في الحصول على أقصى إشباع ممكن أي الوصول إلى أعلى منحنى سواء، غير أنه يصطدم بحاجز الكميات المتمثلة في قيد أو خط الميزانية، ومن هنا نجد أن الحل يكمن في العثور على تلك المجموعات السلعية التي تكون في حدود إمكانيات المستهلك أي تقع على خط الميزانية، وفي نفس الزقت تقع على أعلى منحنى سواء ممكن، وبالتالي يكون المستهلك في وضع توازن، وهو الوضع الذي يتحقق عنده المستهلك أقصى إشباع ممكن.

الشكل رقم: 19 توازن المستهلك



من خلال الشكل رقم 19، النقطة B لا تحقق التوازن للمستهلك لأنها تقع على منحنى السواء U2، وهو يحقق أقصى إشباع غير أنه أكبر من إمكانيات دخل المستهلك، والعكس بالنقطة E والتي لا تحقق التوازن للمستهلك، لأنها تحقق إشباع أقل من إمكانيات المستهلك، أما النقطة C والنقطة D، فرغم وقوعها على نفس خط الميزانية غير أنها لا تحقق الإشباع الأمثل، لأنها تقع على منحنى سواء U3 أقل من إمكانيات المستهلك، زائد أن النقطة التوازن هي نقطة وحيدة و ليست نقطتين، ضف إلى ذلك وجود منحنى سواء U1 و الذي تقع فوقه النقطة A، أي أن المستهلك يصل إلى نقطة التوازن بيانيا عندما يحدث تماس بين خط الميزانية و منحنى السواء.

مثال:

إذا كان لدى مستهلك ما دالة ذات منفعة من الشكل التالي: $UT = x.y$

وكانت أسعار السلعتين : $P(x) = 4$ و $P(y)=3$، أما الدخل المخصص للاستهلاك فيقدر ب24 وحدة نقدية.

1-أوجد نقطة توازن هذا المستهلك؟

2-أوجد خط الميزانية؟ مثله بيانيا؟

3-أحسب قيمة المعدل الحدي للإحلال عند نقطة (2،3) (x,y)؟

الحل:

1-عند نقطة توازن المستهلك:

الشرط الأول لتوازن المستهلك: $\frac{\cup mx}{P(x)} = \frac{\cup my}{P(y)}$

$$\bigcup mx = \frac{dU}{dx} = y$$

$$\bigcup my = \frac{dU}{dy} = x$$

$$\frac{y}{4} = \frac{x}{3} \Rightarrow 3y = 4x$$

$$\Rightarrow y = \frac{4}{3}x \dots (1)$$

نعوض (1) في الشرط الثاني هو قيد الميزانية:

$$24 = 4x + 3y$$

$$.24 = 4x + \cancel{3}\left(\frac{4}{\cancel{3}}x\right)$$

$$24 = 8x$$

X = 3	**Y = 4**	**UT = 12**

2-حساب قيمة المعدل الحدي للإحلال:

لدينا: $TMS = \frac{\cup mx}{\cup my} = -\frac{\Delta y}{\Delta x} = -\frac{P(x)}{P(y)}$

$$TMS = \frac{y}{x} = \frac{3}{2}$$

إذن يجب على المستهلك التنازل عن 3 وحدات من y للحصول على وحدتين من x.

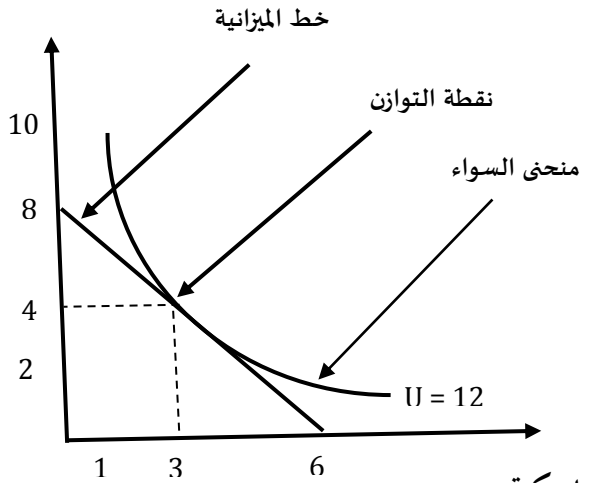
3-إيجاد معادلة خط الميزانية (مع التمثيل البياني):

لدينا: $R = x.P(x) + y.P(y)$

معادلة خط الميزانية: $\boxed{y = 8 - \frac{4}{3}x}$ $\Rightarrow 24 = 4x + 3y$

نفترض أن: $x = 0 \Rightarrow y = 8$

$y = 0 \Rightarrow x = 6$



3.2 دراسة سلوك المستهلك في ظروف ديناميكية:

في الواقع يجب الإشارة إلى أنه لا يكفي دراسة سلوك المستهلك من خلال تحديد أحسن توليفة يجب على المستهلك اقتنائها من أجل الحصول على أقصى إشباع ممكن في ظل الدخل المخصص للاستهلاك والأسعار السائدة في السوق، بل الأهم أيضا اعتماد الدراسة على المتغيرات المؤثرة عبى قراره الاستهلاكي والتي تفرضها تغيرات الدخل، أو الأسعار أو كلاهما معا.[1]

- **أثر الدخل:**

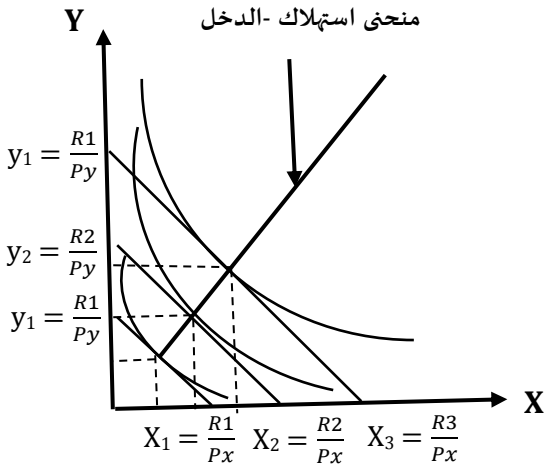
عندما يزداد الدخل الاسمي للمستهلك مع بقاء الأسعار السائدة في السوق، فان الزيادة في الدخل تكون حقيقية (أي زيادة الدخل الحقيقي أيضا)، وهذا ما سوف يؤدي على انتقال خط الميزانية إلى الأعلى (اليمين) بشكل مواز للوضع الأصلي، مما يسمح للمستهلك اختيار توليفات تحتوي على كميات أكبر، أي أنه سوف يؤدي إلى اختلال توازن المستهلك ويدفعه إلى التوازن مجددا بوضع أفضل.

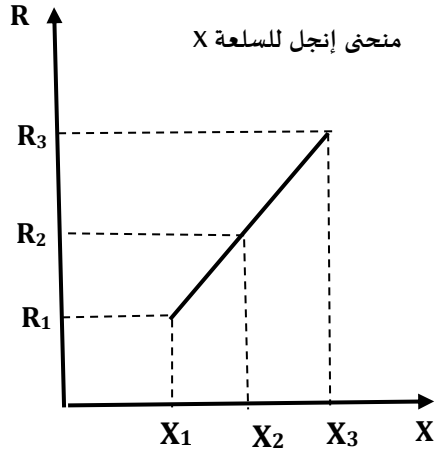
وبافتراض حدوث زيادات متتالية في الدخل مع بقاء الأسعار ثابتة على حالها، فإن هذا سوف ينتج عنه خطوط ميزانية موازية و عدّة نقاط توازن، و التي ينتج عند الربط بينها منحنى آخر يسمى**– منحنى استهلاك الدخل**، والذي يعرف على أنه التمثيل البياني الذي يربط بين نقاط التوازن عند تغير الدخل مع بقاء الأذواق والأسعار على حالها، كما أنه يعبر عن العلاقة الطردية بين الدخل الحقيقي و زيادة الاستهلاك.

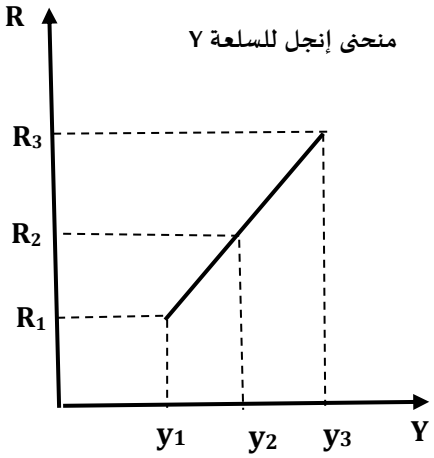
[1]–د. مصطفى طويطي، مرجع سبق ذكره، ص102.

ملاحظة:

- يمكن اشتقاق منحنى آخر من منحنى استهلاك الدخل: وهو منحنى **إنجل Engel** نسبة إلى العالم الألماني **Engel** الذي يعتبر أول عالم إحصائي درس علاقة الدخل بالاستهلاك.
- يسري فعل "أثر الدخل" على جميع السلع (العلاقة الطردية) العادية، ويستثنى من هذه القاعدة ما يسمى بالسلع الدنيا، حيث قد تصبح العلاقة بين الاستهلاك والدخل الحقيقي علاقة عكسية.







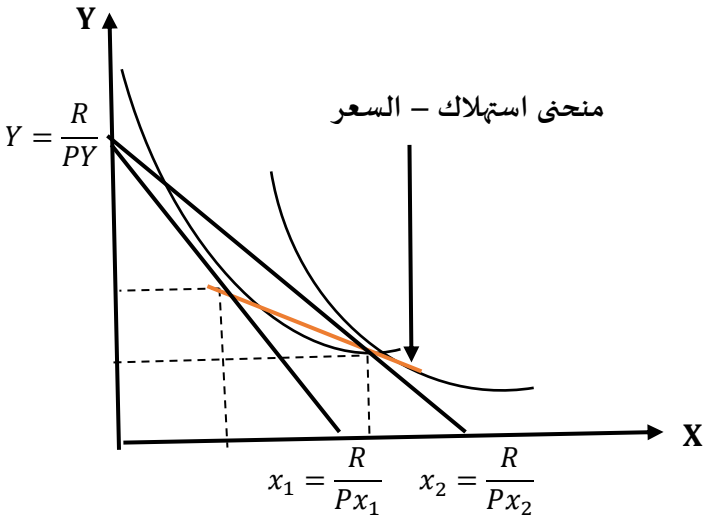
- **أثر السعر:**

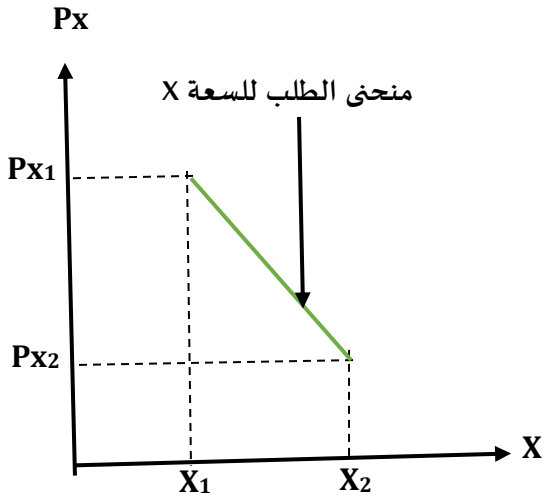
ويظهر هذا الأثر عندما تتغير العلاقة النسبية بين السلعتين المدروستين، وبالتالي تغير الدخل الحقيقي، كأن ينخفض سعر السلعة (X) مثلا، مع بقاء الدخل R وسعر السلعة (Y) ثابتين على حالهما، وبالتالي فان ذلك سوف يؤدي إلى التأثير على الدخل الحقيقي للمستهلك وبالتالي على كميات السلع المستهلكة، أي أن المستهلك سوف ينتقل إلى مستوى اشباع أكبر من الذي كان عليه في الأصل وبالتالي الحصول على توليفات سلعية أكبر من السابقة، كما أن الخط الميزانية سوف ينتقل إلى اليمين نحو نقطة جديدة $\frac{R}{P(x2)}$ مع بقائه ثابتا في النقطة $\frac{R}{P(y)}$.

إن هذا التغير في السعر P(x) سوف يؤدي إلى اختلال توازن المستهلك، ويدفعه إلى البحث عن وضعية توازنية جديدة أفضل، ومع استمرار حدوث التغيرات في السعر، فإن هذا يؤدي إلى ظهور عدة نقاط توازنية جديدة، والتي ينتج عند الربط بينها على منحنى يسمى **منحنى استهلاك – السعر**، والذي يمكن تعريفه بأنه التمثيل البياني الذي يربط بين النقاط التوازنية عندما يتغير سعر إحدى السلعتين مع بقاء الدخل وسعر السلعة الأخرى ثابتين على حالهما.

ملاحظة:

- انطلاقا من منحنى **استهلاك ـ السعر** يمكن اشتقاق منحنى جديد وهو **منحنى الطلب** والذي يعبر عن العلاقة الطردية بين سعر السلعة والكمية المطلوبة منها.
- إن ميل منحنى استهلاك السعر قد يكون سالبا في حالة انخفاض سعر السلعة مع بقاء العوامل الأخرى ثابتة على حالها، كما قد يكون موجبا في حالة العكس.





تمارين محلولة حول نظرية المنفعة الترتيبية

التمرين الأول:

يختار مستهلك ما بين عدّة أزواج من السلعتين X و Y، وتظهر هذه التركيبات السلعية في الجدول التالي:

التركيبة	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S
Qx	2	3	3	3	12	10	7	4	4	7	6	12	5	12	4	6	8	5	9
Qy	12	4	13	14	4	5	8	15	10	4	2	1	4	2	6	12	6	6	3

طلب من المستهلك ترتيب هذه الأزواج (x,y) حسب ذوقه فكان الترتيب كالآتي:

A~B~K , C > B , D~O~N , S > M, C~M~N , H~I~S , Q > S , O < L , F~G~Q , J~R~S , Q~E~P , L~K.

❖ حدّد الأزواج (x,y) التي تتواجد على نفس منحنى السواء ثم عين الترتيب الموجود بين مختلف المنحنيات؟

التمرين الثاني: لتكن لدينا دوال المنفعة التالية (دوال مستمرة) U=f(x)

$Ut = - X^3 + 2X^2 + 5X$
$Ut = -2X^3 + X^2 - 8X$
$Ut = -2/3\ X^3 + 5/2X^2 - 2X$

$Ut = - X^2 + 8X$
$Ut = 2X^2 + 20\ X$
$Ut = X^2 - 8X$

❖ ما هو عدد الوحدات المستهلكة من السلعة x والتي تسمح للمستهلك بالوصول إلى أعظم إشباع ممكن، وكم تقدر المنفعة المحقّقة في كلّ حالة؟

التمرين الثالث: لتكن لدينا دالة منفعة المستهلك ما من الشكل التالي: $Ut = 2X + 4Y + XY + 8$

وقيد ميزانية $50 = 5X + 10Y$

❖ استخدم طريقة التعويض المباشر وطريقة لاغرانج لإيجاد الكميات المثلى من السلعتين X و Y التي تحقق أعظم منفعة؟

التمرين الرابع: لتكن لدينا دالة منفعة لمستهلك من الشكل التالي: $Ut = X^{1/2}\ Y^{1/4}$

1. نفترض أن الدخل النقدي لهذا المستهلك هو R، وأنّ سعري السلعتين هما Px و Py، أوجد دالتي الطلب على كلّ من السلعتين بدلالة الدّخل النقدي وأسعارهما، واشرح النتيجة؟

2.بافتراض أن سعري السلعتين هما $Px = 1$ و $Py = 2$ وأن دخل المستهلك هم $R = 10$، أحسب الكميات من السلعتين التي تحقّق توازن المستهلك؟

التمرين الخامس: لتكن دالة منفعة لمستهلك من الشكل التالي: $Ut = 5X\ Y$

1.ما هي النظرية المراد دراستها؟ علّل؟

2.إذا قدّرت المنفعة بـ 100 وحدة، أوجد معادلة منحنى السواء؟

3. مثل بيانيا هذا المنحنى وتأكد رياضيا أنّ ميله سالب؟

4. إذا افترضنا أنّ هذا المستهلك أراد استهلاك 3 وحدات من X و12 وحدة من Y مثّل بيانيا هذه النقطة؟ وهل يبقى المستهلك في نفس مستوى المنفعة أم لا؟ علّل؟

الحل:

حلّ التمرين الأول:

1- تحديد الأزواج التي تتواجد على نفس منحنى الشراء.

$$\begin{cases} L \sim K \Rightarrow U_L = U_K \\ A \sim B \sim K \Rightarrow U_A = U_B = U_K = U_L \end{cases}$$ (A, L, B, K) $\Rightarrow \in$ **(I)** إلى نفس منحنى السواء

$$\begin{cases} D \sim O \sim N \\ C \sim M \sim N \end{cases} \Rightarrow D \sim O \sim N \sim M \sim C \Rightarrow U_D = U_O = U_N = U_M = U_C$$

$\Rightarrow$ (D, O, N , M , C) $\in$ (II) إلى نفس منحنى السواء

$$\begin{cases} H \sim I \sim S \\ J \sim R \sim S \end{cases} \Rightarrow H \sim I \sim S \sim J \sim R \Rightarrow U_H = U_I = U_S = U_J = U_R$$

$\Rightarrow$ (H, I , S , J , R) $\in$ (III) إلى نفس منحنى السواء

$$\begin{cases} F \sim G \sim Q \\ Q \sim E \sim P \end{cases} \Rightarrow F \sim G \sim Q \sim E \sim P \Rightarrow U_F = U_G = U_Q = U_E = U_P$$

$\Rightarrow$ (F, G , Q , E , P) $\in$ (IV) إلى نفس منحنى السواء

2- الترتيب الموجود بين مختلف المنحنيات :

$$\begin{cases} C > B \Rightarrow U_C > U_B \Rightarrow (II) > (I) \\ S > M \Rightarrow U_S > U_M \Rightarrow (III) > (II) \\ C \sim M \sim N \end{cases}$$

$$\Rightarrow U_S > U_C = (III) > (I)$$

$$Q > S \Rightarrow U_Q > U_S = (IV) > (III)$$

$$O > L \Rightarrow U_O > U_L = (II) > (I)$$

إذن نفس منحنى السواء (I) <(II) < (III) < (IV)

- $\leftarrow$ منحنى السواء I = (A , B , K , L)
- $\leftarrow$ منحنى السواء II = (D, O , N , M , C)
- $\leftarrow$ منحنى السواء III = (H, I , S , J , R)
- $\leftarrow$ منحنى السواء IV = (F, G , Q , E , P)

حل التمرين الثاني:

إيجاد عدد الوحدات المستهلك من السلعة (x) والتي تسمح المستهلك بالوصول إلى أعظم إشباع مع تحديد المنفعة المحقّقة.

الحالة الأولى:

$$U_t = -x^2 + 8x$$

لكي يصل المستهلك إلى أقصى إشباع ممكن يجب أن يأخذ بعين الاعتبار شرطين أساسيين:

الشرط -1-: $U_{t'} = 0$

$$U_t = -x^2 + 8x$$
$$(U_t)' = U_{m_x} = -2x + 8$$
$$(U_t)' = U_{m_x} = 0 \Rightarrow -2x + 8 = 0$$
$$\Rightarrow 2x = 8$$
$$\Rightarrow \boxed{x = 4}$$

الشرط -2-: $U_{t''} < 0$

$$(U_t)'' = U'_{m_x} = -2 < 0$$

وبالتالي الشرط الثاني تحقق، وبما أنّ الشرطين قد تحقّقا، نقوم بتعويض (x = 4) في دالة المنفعة الكلية:

$$U_t = -x^2 + 8x$$
$$U_t = -(4)^2 + 8(4) \qquad \boxed{U_t = 16}$$

إذن يجب على المستهلك استهلاك 4 وحدات من السلعة x للحصول على 16 وحدة منفعة كأقصى للإشباع

الحالة الثانية:

$$U_t = 2x^2 + 20x$$
$$\mathrm{U_t\,max}\begin{cases} U_{t'} = 0 \Rightarrow U_{m_x} = 0 \\ U_{t''} < 0 \Rightarrow U_{m_x}{}' < 0 \end{cases}$$

الشرط -1-: $U_{t'} = 0$

$$U_t = 2x^2 + 20x$$
$$(U_t)' = U_{m_x} = 4x + 20$$
$$(U_t)' = 0 \Rightarrow 4x + 20 = 0$$
$$\Rightarrow \boxed{x = -5}$$

ملاحظة: نلاحظ من خلال الشرط -1- أنّ x قدّرت ب 5 وحدات متناقصة (أي كانت النتيجة سلبية) وهذا غير مقبول لأنّ المستهلك لا يستهلك وحدات سلبية وعليه نتوقف ولا نكمل الشرط -2-.

الحالة الثالثة:

$$U_t = x^2 - 8x$$

$$\mathrm{U_t\,max}\begin{cases} U_{t'} = 0 \Rightarrow U_{m_x} = 0 \\ U_{t''} < 0 \Rightarrow U_{m_x}{}' < 0 \end{cases}$$

الشرط -1- $U_{t'} = 0$:

$$(U_t)' = U_{m_x} = 2x - 8$$

$$(U_t)' = U_{m_x} = 0 \Rightarrow 2x - 8 = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{x = 4}$$

الشرط -2- $U_t'' = U_{m_x}{}' < 0$:

$$U_t'' = U'_{m_x} = 2 > 0$$

وعليه بما أنّ $U_t'' > 0$ كأن هذا لا يتوافق مع الشرط -2- وبالتالي $x = 4$ لا تحقّق للمستهلك أكبر إشباع ممكن للمستهلك

الحالة الرابعة:

$$U_t = -x^3 + 2x^2 + 5x$$

$$\mathrm{U_t\,max}\begin{cases} U_t{}' = 0 \Rightarrow U_{m_x} = 0 \\ U_t{}'' < 0 \Rightarrow U_{m_x}{}' < 0 \end{cases}$$

الشرط -1- $U'_t = U_{m_x} = 0$:

$$(U_t)' = U_{m_x} = -3x^2 + 4x + 5$$

$$(U_t)' = U_{m_x} = 0 \Rightarrow -3x^2 + 4x + 5 = 0$$

معادلة من الدّرجة الثانية:

$$\Delta = \mathrm{B}^2 - 4(\mathrm{A}).(\mathrm{C})$$
$$\Delta = (4)^2 - 4(-3)(5)$$
$$\Delta = 16 - 4(-3)(5)$$
$$\Delta = 16 + 60$$

$$\Delta = 76 \qquad \sqrt{\Delta} = 8,71$$

$$\mathrm{x_1} = \frac{-\mathrm{B} + \sqrt{\Delta}}{2\mathrm{A}} \qquad \mathrm{x_2} = \frac{-\mathrm{B} - \sqrt{\Delta}}{2\mathrm{A}} \qquad \boxed{X1 = -0,78}$$

$$\mathrm{x_1} = \frac{-4 + 8,71}{2(-3)} \qquad \mathrm{x_2} = \frac{-4 - 8,71}{2(-3)} \qquad \boxed{X2 = 2,11}$$

نأخذ القيمة X_2 لأنها نتيجة إيجابية (مقبولة)

الشرط -2-: $U_t'' < 0$

$$U_t'' = U'_{m_x} = -6x + 4 \quad \ldots\ldots (1)$$

الشرط -2-: $U_{t,,} < 0$

نعوّض($X_2 = 2{,}11$) في المعادلة (1) نجد:

$$U_t'' = -6(2{,}11) + 4$$
$$U_t'' = -12{,}66 + 4$$
$$U_t'' = U'_{m_x} = -8{,}66 < 0$$

وبالتالي الشرط -2- محقّق لأنّ $U''_t < 0$

نعوّض x_2 في دالة المنفعة

$$U_t = -x^3 + 2x^2 + 5x$$
$$U_t = -(2{,}11)^3 + 2(2{,}11)^2 + 5(2{,}11)$$
$$U_t = -9{,}39 + 8{,}90 + 10{,}55$$
$$U_t = 10{,}06$$

إذن يجب على المستهلك أن يستهلك 2,11 من السلعة X للوصول إلى أقصى إشباع ممكن يقدر ب 10,06 وحدة منفعة.

الحالة الخامسة:

$$U_t = -2x^3 + x^2 - 8x$$
$$\mathrm{U_t\,max}\begin{cases} U_t' = 0 \Rightarrow U_{m_x} = 0 \\ U_t'' < 0 \Rightarrow U_{m_x}' < 0 \end{cases}$$

الشرط -1-: $U'_t = U_{m_x} = 0$

$$(U_t)' = U_{m\,x} = -6x^2 + 2x - 8$$
$$(U_t)' = U_{m\,x} = 0 \Rightarrow -6x^2 + 2x - 8 = 0$$
$$\Delta = \mathrm{B}^2 - 4(\mathrm{A}).(\mathrm{C})$$
$$\Delta = 4 - 4(-6)(-8)$$
$$\Delta = 4 - 192 \Rightarrow \Delta = -188 < 0$$

(Δ): سالب وبالتالي المعادلة بدون حلول

التفسير الاقتصادي: هذه الدالة ليست دالة منفعة.

الحالة السادسة:

$$U_t = -\frac{2}{3}x^3 + \frac{5}{2}x^2 - 2x$$

$$\mathrm{U_t\ max}\begin{cases} U_t' = 0 \Rightarrow U_{m_x} = 0 \\ U_t'' < 0 \Rightarrow U_{m_x}' < 0 \end{cases}$$

الشرط -1- $U_t' = U_{m_x} = 0$:

$$(U_t)' = U_{m\,x} = -2x^2 + 5x - 2$$

$$(U_t)' = U_{m\,x} = 0 \Rightarrow -2x^2 + 5x - 2 = 0$$

$$\Delta = \mathrm{B^2} - 4\,(\mathrm{A}).(\mathrm{C})$$

$$\Delta = 25 - 4(-2).(-2)$$

$$\Delta = 25 - 16$$

$\Delta = 9$ $\qquad \sqrt{\Delta} = 3$

$$\mathrm{x_1} = \frac{-\mathrm{B} + \sqrt{\Delta}}{2\mathrm{A}} \qquad \mathrm{x_2} = \frac{-\mathrm{B} - \sqrt{\Delta}}{2\mathrm{A}} \qquad \boxed{\mathrm{x_1} = \frac{1}{2}}$$

$$\mathrm{x_1} = \frac{-5+3}{2(-2)} \qquad \mathrm{x_2} = \frac{-5-3}{2(-2)} \qquad \boxed{\mathrm{x_2} = 2}$$

الشرط -2-: $U_t'' < 0$

$$U_t' = -2x^2 + 5x - 2$$

$$U_t'' = -4x + 5 \ldots\ldots\ldots(1)$$

نعوّض $\mathrm{X_1}$ و $\mathrm{X_2}$ في المعادلة (1) نجد:

$$U_t'' = -4\left(\frac{1}{2}\right) + 5$$

$U_t'' = -2 + 5 = 3 > 0$ حل مرفوض

$U_t'' = -4(2) + 5 = -3 < 0$ حل مقبول:

نعوّض $\mathrm{X_2} = 2$ في دالة المنفعة فنجد

$$U_t = -\frac{2}{3}(2)^3 + \frac{5}{2}(2)^2 - 2(2)$$

$$U_t = -\frac{16}{3} + 10 - 4$$

$$U_t = \frac{-16 + 30 - 12}{3}$$

$$U_t = \frac{-28 + 30}{3}$$ Ut = 2/3 = 0,66

إذن يجب على المستهلك استهلاك 2 وحدة من السلعة X للحصول على أقصى إشباع ممكن يقدّر بـ $U_t = \frac{2}{3} = 0{,}66$

حل التمرين الثالث:

$$\boldsymbol{U = 2x + 4y + x.y + 8}$$

1-إيجاد الكميات المثلى بين السلعتين x و y التي تحقّق أعظم منفعة (إشباع)

أ-طريقة التعويض المباشر:

لدينا دالة المنفعة: $U = 2x + 4y + x.y + 8$

$$\begin{cases} R = x.Px + y.Py \\ 50 = 5\,x + 10\,y \end{cases}$$ قيد الميزانية

$50 - 5\,x = 10\,y \Rightarrow y = \frac{50}{10} - \frac{5}{10}x$ معادلة خطّ الميزانية: $\Rightarrow$ $y = 5 - \frac{1}{2}x$

نعوّض معادلة خطّ الميزانية في دالة المنفعة:

$$U = 2x + 4\left(5 - \frac{1}{2}x\right) + x\left(5 - \frac{1}{2}x\right) + 8$$

$$U = 2x + 20 - 2\,x + 5x - \frac{1}{2}x^2 + 8$$

$$U = -\frac{1}{2}x^2 + 5x + 28$$

لكي يصل المستهلك إلى أقصى إشباع ممكن يجب أن يأخذ بعين الاعتبار الشرطين التاليين:

$$\mathrm{U_t\,max}\begin{cases} U_t' = 0 \Rightarrow U_m = 0 \\ U_t'' < 0 \Rightarrow U_m' < 0 \end{cases}$$

الشرط -1-: $U_t' = 0$

$$(U)' = \left(-\frac{1}{2}x^2 + 5x + 28\right)'$$

$-x + 5 = 0 \Rightarrow$ X = 5

نعوّض X في معادلة خطّ الميزانية نجد:

$$y = 5 - \frac{1}{2}(5)$$

$$y = 5 - \frac{5}{2} \Rightarrow y = \frac{5}{2}$$

الشرط الثاني: $Ut'' < 0$

$$Ut''(-x+5)' = -1$$

أي $\boxed{Ut'' < 0}$

وبالتالي بما أنّ الشرطين محققين كان الدالة بها قيمة عظمى ومنه يجب على المستهلك استهلاك 5 وحدات من السلعة x و 5/2 وحدة من السلعة y للوصول إلى أقصى إشباع ممكن بقدر ب

$$U = 2.(5) + 4\left(\frac{5}{2}\right) + 5\left(\frac{5}{2}\right) + 8$$

$$= 10 + 10\ 12{,}5 + 8 = 40{,}5$$

$$\boxed{U_t = 40{,}5}$$

ب–طريقة لاغرانج:

$$\begin{cases} U = 2x + 4y + x.y + 8 \\ 50 = 5x + 10y \end{cases}$$

$$L = (f(x,y)) + \lambda\,(R - x.Px - y.Py)$$

$$L = (2x + 4.y + x.y + 8) + \lambda\,(50 - 5x - 10.y)$$

الشرط 1-المشتقات الجزئية لكل من x، y، λ

$$\frac{dL}{dx} = 0 \Rightarrow 2 + y + \lambda(-5) = 0$$

$$\Rightarrow 2 + y = 5\lambda$$

$$\Rightarrow \boxed{\lambda = \frac{2+y}{5}} \ldots\ldots(1)$$

$$\frac{dL}{dy} = 0 \Rightarrow 4 + x + \lambda(-10) = 0$$

$$\Rightarrow 4 + x = 10\lambda$$

$$\Rightarrow \boxed{\lambda = \frac{4+x}{10}} \ldots\ldots(2)$$

$$\frac{dL}{d\lambda} = 0 \Rightarrow 50 - 5x - 10y = 0 \ \ldots\ldots\ldots(3)$$

بالمساواة ما بين (1) و (2) نجد:

$$\frac{2+y}{5} = \frac{4+x}{10}$$

$$4 + 2y = 4 + x \Rightarrow \boxed{X = 2.y} \ldots\ldots\ldots(4)$$

نعوّض (4) في (3) نجد:

$$(3) \Rightarrow 50 - 5x - 10.y = 0$$

$$\Rightarrow 50 - 5\,(2.y) - 10\,y = 0$$

$$\Rightarrow 50 - 10.y - 10.y = 0$$

$$\Rightarrow 50 = 20.y \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{x = 5} \qquad \boxed{y = 5/2}$$

نعوّض y في (4) نجد:

الشرط: $\Delta > 0$

$$|\Delta| = \begin{vmatrix} 0 & 1 & -5 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -10 & 1 & 0 \\ -5 & -10 & 0 & -5 & -10 \end{vmatrix}$$

$$|\Delta| = = (0 + 50 + 50) - (0 + 0 + 0) = 100$$

الشرط المحقق$\Delta > 0$

إذن الكميات التي تحقق أقصى منفعة هي x = 5 و y = 5/2 من أجل الوصول إلى أقصى مدى إشباع ممكن $U_t = 40{,}5$

حل التمرين الرابع:

لدينا دالة المنفعة التالية: $U_t = x^{1/2}.y^{1/4}$

بافتراض R = ? ، P_x = ? ، P_y = ?

1) إيجاد دوال الطّلب على السلعتين x وy

نقوم بإيجاد دوال الطلب على السلعتين x وy باستخدام طريقة لاغرانج:

$$L = (f\,(x, y)) + \lambda\,(R - x.Px - y.Py)$$

$$L = (x^{1/2}.y^{1/4}) + \lambda\,(R - x.Px - y.Py)$$

الشرط -1-المشتقات الجزئية لكل من x، y، λ

$$\frac{dL}{dx} = 0 \Rightarrow \frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}-}.y^{1/4} + \lambda(-Px) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}-}.y^{1/4} = -\lambda(-Px)$$

$$\Rightarrow \boxed{\lambda = \frac{\frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}-}.y^{1/4}}{Px}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots(1)$$

$$\frac{dL}{dy} = 0 \Rightarrow \frac{1}{4}x^{1/2}.y^{-3/4} + \lambda(-Py) = 0$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{4}x^{1/2}.y^{-3/4} = \lambda(Py)$$

$$\Rightarrow \boxed{\lambda = \frac{\frac{1}{4}x^{1/2}.y^{-3/4}}{Py}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots(2)$$

$$\frac{dL}{d\lambda} = 0 \Rightarrow R - xPx - yPy = 0 \quad \ldots\ldots\ldots(3)$$

بالمساواة ما بين (1) و (2) نجد:

$$\frac{\frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}-}.y^{1/4}}{Px} = \frac{\frac{1}{4}x^{1/2}.y^{-3/4}}{Py}$$

$$\frac{x^{-1/2}.y^{1/4}}{2Px} = \frac{x^{1/2}.y^{-3/4}}{4Py} \quad \Rightarrow \quad \frac{x^{-1/2}.y^{1/4}}{x^{1/2}.y^{-3/4}} = \frac{2Px}{4.Py}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{y^{3/4}.y^{1/4}}{x^{1/2}.x^{1/2}} = \frac{Px}{2.Py}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{y}{x} = \frac{Px}{2.Py} \quad = \quad \textbf{معادلة استهلاك الدخل} \qquad \boxed{y = \frac{x.Px}{2.Py}} \quad .....(4)$$

نعوّض (4) في (3) نجد:

$$(3) \Rightarrow R - x.Px - y.Py = 0$$

$$\Rightarrow R - x.Px \left(\frac{x.Px}{2.Py}\right).Py = 0$$

$$\Rightarrow R - x\,Px - xPx/2 = 0$$

$$\Rightarrow R = x.Px + x.Px/2$$

$$\Rightarrow \quad R = \frac{2.xPx + x\,Px}{2}$$

$$\Rightarrow \quad 2\,R = 3.xPx$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{x = \frac{2.R}{3.Px}} \qquad \text{دالة الطلب على السلعة x}$$

نعوّض دالة الطلب على السلعة x في (4) نجد:

$$y = \frac{2.R}{3.Px} . \frac{Px}{Py}$$

$\Rightarrow \quad y = \frac{R}{3.Py}$ دالة الطلب على السلعة y

2) حساب الكميات من السلعتين x و y التي تحقق توازن المستهلك : لما: R = 10 ، $P_x = 1$ ، $P_y = 2$

نقوم فقط بالتعويض في دوال الطلب

$$x = \frac{2.10}{3.1} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{x = 20/3}$$

$$x = \frac{10}{3.2} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{y = 5/3}$$

$$(x , y) = (\frac{20}{3}, \frac{5}{3})$$

حل التمرين الخامس:

لدينا: $U_t = 5 . x . y$

1)النظرية للمواد دراستها مع التعليل

النظرية المراد دراستها هي نظرية منفعة الترتيبية (المرتبة) لأنّ الدالة Ut تتضمن مجهولين x و y أي أنها تأخذ الشكل التالي:

$$U_t = f\ (x, y)$$

2) إيجاد معادلة منحنى السواء

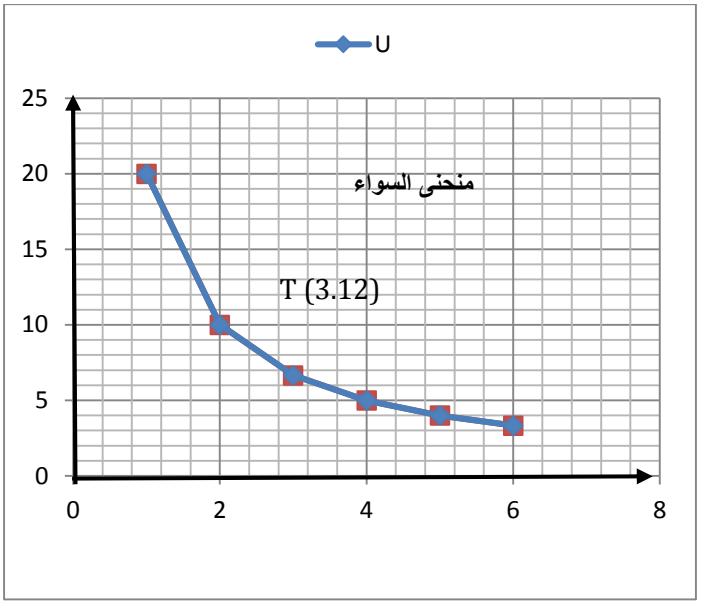
$$\begin{cases} U_t = 5.x.y \\ 100 = 5.x.y \end{cases} \quad \text{ومنه} \quad y = \frac{100}{5.x}$$

معادلة منحنى السواء: $\boldsymbol{y = \frac{20}{x}}$

3) التمثيل البياني و التأكّد من أنّ ميله سالب

لتمثيل منحنى السواء يجب افتراض قيم لـ x لإيجاد قيم y.

X	1	2	3	4	5	6
Y	20	10	6,66	5	4	3,33
	A	**B**	**C**	**D**	**E**	**F**



*التأكّد من الميل:

إذا أخذ النقطة A والنقطة B

$$x_1 = 1 \quad y_1 = 20$$
$$x_2 = 2 \quad y_2 = 20$$

إذن: الميل $= \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$ $\Leftarrow$ الميل $= \frac{\Delta y}{\Delta x}$

$$\text{الميل} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{10 - 20}{2 - 1} = -10$$

$$\boxed{\frac{\Delta y}{\Delta x} = -10}$$

إذن نلاحظ أنّ ميل منحنى السواء سالب لأنه منحنى تناقص

4) من الملاحظ بيانيا أن النقطة T تقع فوق منحنى السواء أي أنها تقع في منحى سواء آخر يقع في الأعلى، معناه أنّ منفعة المستهلك سوف تتغير

*إذا أردنا التأكد من ذلك رياضيا نعوّض x = 3 و y = 12 في حالة المنفعة كالتالي:

$$\begin{cases} U_t = 5.x.y \\ x = 3 \\ y = 12 \end{cases} \Rightarrow U_t = 5.3.12 \Rightarrow U_t = 180$$

$$\boxed{U_t = 180}$$

أي أنّ منفعة المستهلك سوف ترتفع من 100 إلى 180 و.م

تمارين محلولة حول توازن المستهلك

التمرين الأول:

لدينا دالة المنفعة التالية: $UT= 3\ X^{1/3}.\ y^{2/3}$

1- حدّد المنفعة الحدية لكل" من السلعة x و السلعة y؟

2- أذكر شرط التوازن المستهلك؟

3- إذا كانت أسعار السلع هي: $P_x = 5$، $P_y = 10$، أوجد نقطة التوازن لهذا المستهلك إذا كان هذا الأخير يتمتّع بدخل $R = 400$ ؟

4- حدّد مستوى المنفعة ؟ وأحسب قمة المعدّل الحدّي للإحلال عند هذه النقطة؟

5- إذا تضاعف دخل المستهلك، ما هي الكميات الجديدة للتوازن وما هو المستوى الجديد للمنفعة؟

التمرين الثاني:

إذا كان لدي مستهلك ما دالّة منفعة من الشكل التالي: $UT = 2XY + 5Y$

1- أوجد نقطة التوازن رياضيا إذا علمت أنّ دخل المستهلك يقدّر بـ 375ون، وأنّ أسعار السلع x و y هي 20 و 10 ون على التوالي؟

2- أحسب قيمة المعدّل الحدّي للإحلال عند النقطة (X,Y) (4,2)؟

3- أوجد معادلة خطّ الميزانية؟ ومثّل بيانيا منحنى السواء وخطّ الميزانية؟

4- إذا افترضنا أنّ قيمة الدّخل مجهولة وأنّ قيمة المنفعة تقدّر ب400 و.م أوجد نقطة التوازن الجديدة؟

التمرين الثالث:

إذا كان لديّ مستهلك ما دالة منفعة من الشكل التالي: $UT = 10X^2Y$

1- أوجد نقطة التوازن رياضيا إذا علمت أنّ دخل المستهلك يقدّر ب 60 ون، وأنّ أسعار السلع X و Y هي 2 و 4 ون على التوالي؟

2- أوجد معادلة خط الميزانية؟

3- مثل بيانيا نقطة التوازن؟

4- إذ افترضنا أنّ دخل المستهلك ارتفع إلى 96 ون، أوجد نقطة التوازن الجديدة؟ ومثلها بيانيا على نقس البيان السابق؟

5- اربط بين نقطتي التوازن القديمة والجديدة؟ وما هو المنحنى المتحصّل عليه؟ ما هو المنحنى المستنتج من ذلك؟

6- إذا افترضنا بقاء الدّخل على حاله، ولكن مع ارتفاع سعر السلعة X إلى 4 ون، أوجد نقطة التوازن الجديدة؟ ما هي المنحنيات المتحصّل عليها؟

التمرين الرابع:

إذا كان لدى المستهلك ما دالة منفعة من الشكل التالي: UT = 2XY + 4Y

1-أوجد نقطة التوازن رياضيا إذا علمت أنّ دخل المستهلك يقدّر 120 ون، وأنّ أسعار السلع X و Y هي 10 و 5 ون على التوالي؟

2-أوجد نقطة التوازن الجديدة إذا افترضنا بقاء الدّخل على حاله، ولكن سعر السلعة X انخفض إلى 4 ون؟

3- اربط بيانيا بين نقطتي التوازن؟ وما هو المنحنى المتحصل عليه؟

4- احسب قيمة المعدّل الحدي للإحلال عند نقطتي التوازن المحصّل عليها؟

الحل:

حل التمرين الأول:

$$Ut = 3.x^{1/3}.y^{2/3}$$

1/ إيجاد المنفعة الحدية للسلعتين x و y

$$Ut = 3x^{1/3}.y^{2/3}$$

$$Umx = \frac{dUt}{dx} = \left(\frac{1}{3}x^{\frac{1}{3}-1}\right).3y^{2/3}$$

$$Umx = x^{-2/3}.y^{2/3} \qquad \boxed{Umx = x^{-2/3}.y^{2/3}}$$

$$Umy = \frac{dUt}{dy} = \left(\frac{2}{3}y^{\frac{2}{3}-1}\right).3.x^{1/3} \qquad \boxed{Umy = 2.x^{1/3}.y^{-1/3}}$$

2/ شرط توازن المستهلك :

الشرط الأول: $\boxed{\lambda = \frac{Umx}{Px} = \frac{Umy}{Py}}$

الشرط الثاني: $\boxed{R = x.Px + y.Py}$

3- إيجاد نقطة التوازن :

الطريقة: شرطي التوازن:

شرط التوازن: $\boxed{\frac{Umx}{Px} = \frac{Umy}{Py}}$

لدينا: Py = 10 Px = 5 R = 400

$$\frac{Umx}{Px} = \frac{Umy}{Py}$$

$$\frac{x^{-2/3}.y^{2/3}}{5} = \frac{2x^{1/3}.y^{-1/3}}{10}$$

$$\frac{x^{-2/3}.y^{2/3}}{x^{1/3}.y^{-1/3}} = \frac{5.2}{10}$$

$$\frac{y^{1/3}.y^{2/3}}{x^{1/3}.x^{2/3}} = 1 \qquad \boxed{y = x} \qquad \text{.....(1)}$$

نعوّض (1) في الشرط الثاني (قيد الميزانية) نجد: $R = x.Px + y.Py$

$$400 = 5x + 10y$$
$$400 = 5y + 10y$$
$$400 = 15\ y$$

$$\boxed{y = 80/3 = 26{,}66}$$

$$\boxed{x = 80/3 = 26{,}66}$$

4/ إيجاد المنفعة و المعدّل الحدة للإحلال :

$$Ut = 3.(\frac{80}{3})^{1/3}.(\frac{80}{3})^{2/3} = 3.(\frac{80}{3})^{\frac{1}{3}+\frac{2}{3}} \qquad \boxed{Ut = 80}$$

المعدّل الحدي للإحلال:

$$\boxed{Tms = \frac{Umx}{Umy} = -\frac{Px}{Py} = -\frac{dy}{dx}}$$

$$Tms = -\frac{Px}{Py} = -\frac{5}{10} = -\frac{1}{2}$$

أو:

$$Tms = \frac{Umx}{Umy} = -\frac{x^{-2/3}.y^{2/3}}{2x^{1/3}.y^{2/3}} = \frac{y^{1/3}.y^{2/3}}{2x^{1/3}.x^{2/3}}$$

$$= \frac{y}{2x} = \frac{(\frac{80}{3})}{2(\frac{80}{3})} \qquad \boxed{TMS = 1/2}$$

إذ يجب على المستهلك أن يتنازل عن وحدة واحدة من y للحصول على وحدتين من x.

5/ إيجاد الكميات المثلى الجديدة بعد تضاعف المستهلك

R = 800 Px = 5 Py = 10

شرط التوازن:

$$\frac{Umx}{Px} = \frac{Umy}{Py}$$

لدينا حسب السؤال الثالث (1).....X = Y

نعوّض (1) في قيد الميزانية الجديدة

$$R = x.Px + y.Py$$

$$800 = 5x + 10y$$

$$800 = 5y + 10\ 800 = 15\ y \Rightarrow y = 160/3 \quad x = 160/30$$

$$Ut = 3(\frac{160}{3})^{1/3}.(\frac{160}{3})^{2/3}$$ Ut = 160

يجب على المستهلك استهلاك 160/3 وحدة من السلعة x و 100/3 من السلعة y للوصول إلى أقصى إشباع ممكن بقدر ب160 و.م وهذا في حدود دخل يقدّر ب 800 ون.

حل التمرين الثاني:

$$Ut = 2.x.y + 5x$$

1-إيجاد نقطة التوازن إذا علمت أنّ :

R = 375 Px = 20. Py =10.

*الطريقة -1-طريقة التعويض المباشر:

$$R = x.Px + y.Py$$

$$375 = 20x + 10.y$$

$$375 - 20x = 10y$$

$$y = \frac{375 - 20x}{10} \Rightarrow y = 37{,}5 - 2x$$

معادلة خطّ الميزانية: y = 37,5 – 2x

نعوّض معادلة خطّ الميزانية في دالة المنفعة:

$$Ut = 2.x.y + 5y$$

$$Ut = 2.x.(37{,}5 - 2x) + 5x$$

$$= 75x - 4x^2 + 5x$$ UT = -4x² + 80

$$UT\ max\begin{cases}UT' = 0\ \ Um_x = 0\\ UT'' < 0\ \ Um'_x < 0\end{cases}$$

الشرط -1-

$$UT' = 0$$
$$(-8x + 80) = 0 \qquad \boxed{x = 10}$$

الشرط الثاني:

$$UT'' < 0$$
$$(UT'') = -8 < 0$$

الشرطان محقّقان وبالتالي x = 10 يحقق أقصى إشباع ممكن يقدّر ب؟

$$y = 37{,}5 - 2(10)$$
$$y = 37{,}5 - 20$$
$$\boxed{y = 17{,}5}$$

$$UT = 2(10)\ .\ 17{,}5 + 5.(10)$$
$$= 350 + 50$$
$$\boxed{UT = 400}$$

يجب على المستهلك اقتناء 10 وحدات من x و 17,5 وحدة من y للحصول على أقصى إشباع ممكن يقدر ب400 وحدة منفعة (أي الوصول إلى التوازن)

*الطريقة -2- طريقة شرطي التوازن:

شرط التوازن الأول:

$$\frac{Umx}{Px} = \frac{Umy}{Py}$$

$$* Umx = \frac{dUt}{dx} = 2.y + 5$$

$$* Umy = \frac{dUt}{dy} = 2.x$$

$$\frac{2y + 5}{20} = \frac{2x}{10}$$

$$(2.y + 5).10 = 20\ (2x)$$

$$2y + 5 = 4x$$

$$2y = 4x - 5$$

$$\boxed{Y = 2x - 5/2} \quad \ldots\ldots(1)$$

نعوض (1) في معادلة الميزانية:

$$R = x.Px + y.Py$$

$$375 = 20x + 10y$$

$$375 = 20x + 10(2x-5/2)$$

$$375 = 20x + 20x - 25$$

$$375 + 25 = 40x$$

$$400 = 40.x \Rightarrow \boxed{x = 10}$$

نعوّض x في (1) نجد:

$$Y = 2.(10) – 5/2$$
$$= 20 - 2,5 \Rightarrow \boxed{y = 17,5}$$

$$Ut = 2.x.y + 5x.$$
$$= 2.(10) – (17,5) + 5(10)$$
$$Ut = 400$$

*الطريقة –3– طريقة لاغرانج

$$L = f(x.y) + \lambda (R - x.Px - y.py)$$
$$L = (2.x.y + 5x) + \lambda (375 – 20x – 10y)$$

$\frac{dL}{dx} = 0 \Rightarrow 2.y + 5 + \lambda(-20) = 0$

$\Rightarrow 2y + 5 = 20\lambda$

$\Rightarrow \boxed{\lambda = \frac{2y+5}{20}}$ .....(1)

$\frac{dL}{dy} = 0 \Rightarrow 2.x + \lambda(-10) = 0$

$\Rightarrow 2x = 10\lambda$

$\Rightarrow \boxed{\lambda = \frac{2x}{10}}$ .....(2)

$\frac{dL}{d\lambda} = 0 \Rightarrow 375 - 20x - 10y = 0$ .....(3)

بالمساواة بين (1) و (2) نجد:

$$\frac{2y+5}{20} = \frac{2x}{10}$$

$$(2y + 5).10 = (2x).20$$
$$2y + 5 = 4x$$

$2y = 4x - 5$

$y = 2.x - 5/2$ .....(4)

نعوّض (4) في (3) نجد:

$375 - 20x - 10(2x - 5/2) = 0$

$375 - 20x - 20x + 25$

$400 = 40x$

$x = 10$ $y = 17,5$ $UT = 400$

2/ إيجاد قيمة المعدّل الحدّي للإحلال

عند النقطة (4,2) (x , y)

$$Tms = \frac{Umx}{Umy} = -\frac{dy}{dx} = -\frac{Px}{Py}$$

$$Tms = \frac{2.y + 5}{2.x} = \frac{2(2) + 5}{2.(4)} = \frac{4 + 5}{8} = \frac{9}{8}$$

$$Tms = \frac{9}{8}$$

يجب على المستهلك التنازل عن 9 وحدات من y للحصول على 8 وحدات من x

3- إيجاد معادلة خطّ الميزانية وتمثيل البياني لمنحنى السواء وخطّ الميزانية :

$R = Px + y.Py$

$375 = 20x + 10y$

$375 - 20x = 10y$

معادلة خطّ الميزانية $y = 375,5 - 2x$

$UT = 2.x.y + 5x$

$400 - 5x = 2.x.y \Rightarrow y = \frac{400 - 5x}{2x}$

معادلة منحنى السواء $y = 200x - \frac{5}{2}$

التمثيل البياني لخط الميزانية:

$375 = 20x + 10.y$

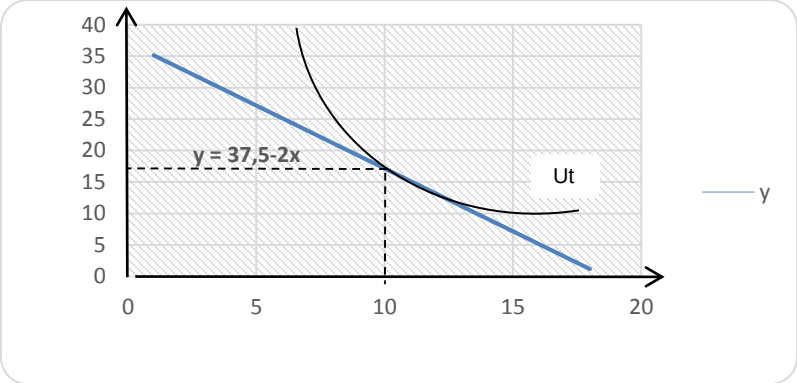
$x = 0 \rightarrow y = 37,5$

$y = 0 \rightarrow x = 18,75$

التمثيل البياني لمعادلة منحنى السواء:

x	2	4	6	8	10	12	14
y	9,75	47,5	30,83	28,5	17,5	14,16	11,75

نقوم بالتمثيل البياني على نفس البيان (خط الميزانية + منحنى السواء)



4 إيجاد نقطة التوازن إذ كان الدخل R مجهولا وكانت قيمة U=400

* طريقة لاغرانج

$$\begin{cases} U = 2x.y + 5x \\ 400 = 2.xy + 5x \\ R = 20\,x + 10\,y \end{cases}$$

$$L = (x\,Px + y\,Py) + \lambda(U - f(x,y))$$

$$L = (20.x + 10.y) + \lambda\,(400 - 2x.y - 5x)$$

$$\frac{dL}{dx} = 0 \Rightarrow 20 + \lambda(-2y - 5) = 0$$

$$\Rightarrow 20 = \lambda\,(2y + 5)$$

$$\Rightarrow \boxed{\lambda = \frac{20}{2\,y + 5}} \quad \ldots(1)$$

$$\frac{dL}{dy} = 0 \Rightarrow 10 + \lambda(-2x) = 0$$

$$\Rightarrow 10 = \lambda\,(2x)$$

$$\Rightarrow \boxed{\lambda = \frac{10}{2\,x}} \quad \ldots(2)$$

$$\frac{dL}{d\lambda} = 0 \Rightarrow 400 - 2x.y - 5x = 0 \ldots\ldots(3)$$

بالمساواة بين (1) و (2) نجد:

$$\frac{20}{2y+5} = \frac{10}{2x}$$

$$20\,(2x) = 10(2y + 5)$$

$$2y = 4\,x - 5$$

$$Y = 2\,x - 5/2 \quad \text{.....(4)}$$

نعوض (4) في (3) نجد:

$$(3) \Rightarrow 400 = 2\,x.y - 5x = 0$$

$$\Rightarrow 400 - 2x\,(2x - 5/2) - 5x = 0$$

$$\Rightarrow 400 - 4x^2 + 5x - 5x = 0$$

$$\Rightarrow 400 = 4\,x^2$$

$$\Rightarrow 100 = x^2 \Rightarrow \quad x = 10 \quad y = 175$$

$$R = x.Px + y.Py$$

$$R = 10(20) + 17,5(10)$$

$$R = 200 + 175 \qquad R = 375$$

يمكن أيضا إيجاد كذلك الكميات المثلى والدّخل اللازم باستخدام: طريقة التعويض المباشر أو طريقة شرط التوازن

حل التمرين الثالث:

$$Ut = 10\,x^2\,y$$

1- إيجاد نقطة توازن المستهلك

$$R = 60 \qquad Px = 2 \qquad Py = 4$$

لإيجاد نقطة التوازن هناك 3 في طرق هي: *طريقة لاغرانج – طريقة شرطي التوازن – طريقة التعويض المباشر، وسوف نقوم في هذا السؤال بإيجاد نقطة التوازن باستخدام طريقة شرطي التوازن

الشرط -1-

$$\frac{Umx}{Px} = \frac{Umy}{Py}$$

$$Umx = \frac{dUt}{dx} = 20.xy$$

$$Umy = \frac{dUt}{dy} = 10.x^2$$

$$\frac{20\,x.9}{2} = \frac{10.x^2}{4}$$

$80.\ x.\ y = 20x^2$ $\boxed{4\ y = x}$.....(1)

نعوض (1) في الشرط -2- والذي هو قيد الميزانية:

$R = x.\ Px + y.\ Py$

$60 = 2x + 4y$

$60 = 2(4.y) + 4y$

$60 = 8\,y + 4\,y$

$60 = 12\,y$

$\Rightarrow$ $\boxed{x = 20}$ $\boxed{y = 5}$ $\boxed{(x, y) = (20, 5)\ \mathbf{A}}$

$Ut = 10.\ (20)^2.\ 5 \Rightarrow$ $\boxed{Ut = 20.000}$

يجب على المستهلك اقتناء 20 وحدة من السلعة x و5 وحدات من السلعة y وهذا من أجل الحصول على أقصى إشباع كلي ممكن يقدر بـ 20.000 و.م.

2/ إيجاد معادلة خط الميزانية :

$R = x.\ Px + y.Px$

$60 = 2.x + 4.y$

$60 - 2\,x = 4 - y \Rightarrow y = \frac{60 - 2x}{4}$

معادلة خطّ الميزانية: (I) $\boxed{y = 15 - \frac{1}{2}x}$

3/ التمثيل البياني لنقطة التوازن

قبل التمثيل البياني وجب أولا إيجاد معادلة منحنى السواء (1):

$Ut = 10.x^2\ .y$

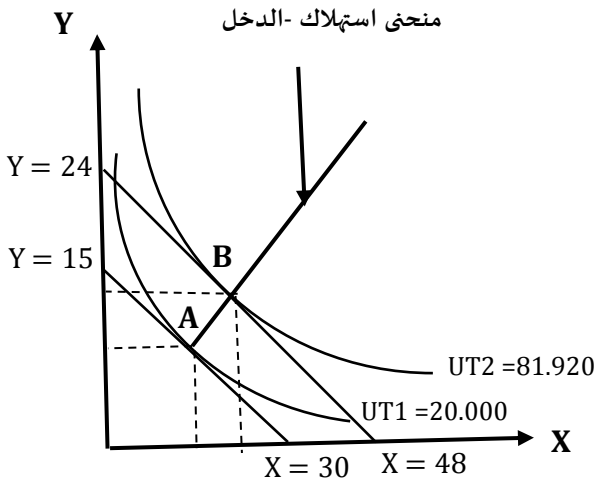
$20.000 = 10\ x^2\ .y$ $\boxed{y = \frac{2000}{x^2}}$

منحنى السواء(I)

X	5	10	15	20	25	30
y	80	20	8,88	5	3,2	2,22

$$\begin{cases} R = x.Px + y.Py \\ 60 = 2x + 4y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \rightarrow y = 15 \\ y = 0 \rightarrow x = 30 \end{cases}$$

نقوم بالتمثيل البياني على نفس البيان (خط الميزانية + منحنى السواء)



4 إيجاد نقطة التوازن الجديدة لما يرتفع الدّخل مع بقاء الأسعار ثابتة على حالها :

R = 96 Px = 2 Py = 4

الشرط-1-

$$\frac{U}{Px} = \frac{Umy}{Py}$$

$$Umx = 20\ x.y$$

$$Umy = 10.x^2$$

$$\frac{20\ x.y}{2} = \frac{10.x^2}{4}$$

$$4.\ x.\ y = x^2$$

$$x = 4.y \quad \text{.....(1)}$$

نعوض (1) في الشرط -2- وهو قيد الميزانية نجد:

الشرط -2-

$$R = x.\ Px + y.\ Py$$

$$96 = 2x + 4y$$

$$96 = 2(4.y) + 4y$$

$$96 = 8\,y + 4\,y$$

$$96 = 12\,y$$

$$\Rightarrow \boxed{y = 8} \quad \boxed{x = 32}$$

$$Ut = 10.(32)^2.(8)$$

$$\boxed{Ut = 81.920}$$

التفسير الاقتصادي: إذا ارتفع الدّخل إلى96 ون فإنه يجب على المستهلك اقتناء 32 وحدة من السلعة x و8 وحدات من y للحصول على أقصى إشباع كلي ممكن يقدّر ب 81.920 وم

$$\boxed{(x,y)^*\ (32,\ 8)\ \mathbf{B}}$$

التمثيل البياني

$$Ut = 10.x^2.y$$

$$81.920 = 10.x^2.y$$

معادلة منحنى السواء (II) $\boxed{y = \frac{8.192}{x^2}}$

X	10	20	30	40	50
y	81,92	20,48	9,10	5,12	3,27

$$R = x\,.Px + y.Py$$

$$96 = 2.x + 4.y$$

$$96 - 2x = 4.\,y \ \Rightarrow y = \frac{96 - 2x}{4}$$

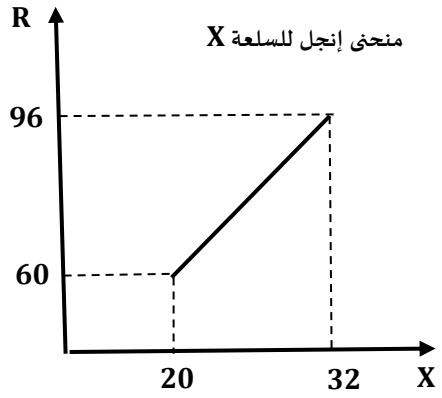
معادلة منحنى خط الميزانية $y = 24 - \frac{1}{2}x\ (2)$

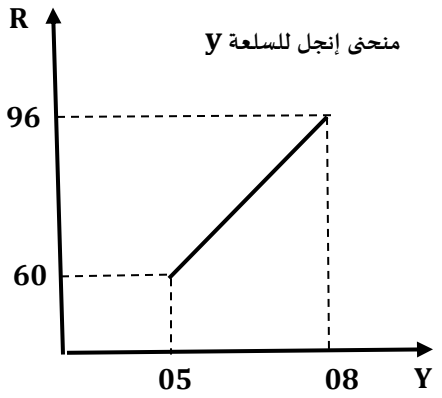
$$\begin{cases} R = x.Px + y\,.Py \\ 96 = 2x.4.y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \ \rightarrow y = 24 \\ y = 0 \ \rightarrow x = 48 \end{cases}$$

نقوم بتمثيل نقطة التوازن الجديدة على نفس المنحنى.

5- المنحنى المتحصّل عليه :

بالربط بين نقطة القديمة والجديدة تحصل على منحنى جديد هو **منحنى استهلاك – الدخل**. ومن منحنى استهلاك الدخل يمكن استنتاج منحنى جديد يسمى **منحنى انجل للسلعة x وy** .





6- إيجاد نقطة التوازن الجديدة في حال تغير سعر السلعة x إلى 4وحدة مع بقاء الدّخل R و Py على حالها

R = 60 Px = 4 Py = 4

الشرط -1-

$$\frac{Umx}{Px} = \frac{Umy}{Py}$$

$$Umx = \frac{dUt}{dx} = 20.x.y$$

$$Umy = \frac{dUt}{dy} = 10.x^2$$

$$\frac{20\,x.y}{4} = \frac{10.x^2}{4}$$

$$2.x.y = x^2$$

$$\boxed{x = 2.y} \quad \ldots\ldots(1)$$

نعوض (1) في الشرط -2- وهو قيد الميزانية:

الشرط -2-

$$R = x\,.\,Px + y\,.\,Py$$

$$60 = 4x + 4y$$

$$60 = 4(2.y) + 4y$$

$$60 = 8y + 4y$$

$$60 = 12y$$

$$\Rightarrow \boxed{x = 10} \qquad \boxed{y = 5}$$

(C) $\boxed{(x,y)^* = (10,5)}$

التفسير الاقتصادي: يجب على المستهلك اقتناء 10 وحدات من السلعة x و5 وحدات من y للحصول على أقصى إشباع كلي ممكن يقدر بـ: $UT = 10.(10)^2.(5)$

$$\boxed{UT = 5.000}$$

التمثيل البياني:

معادلة خط ميزانية هي نفسها في الحالة الأولى لكن مع تغيّر سعر Px وبالتالي يتغيّر ميل هذا المنحنى

$$\begin{cases} R = x.Px + y.Py \\ 60 = 4x.4.y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \rightarrow y = 15 \\ y = 0 \rightarrow x = 15 \end{cases}$$

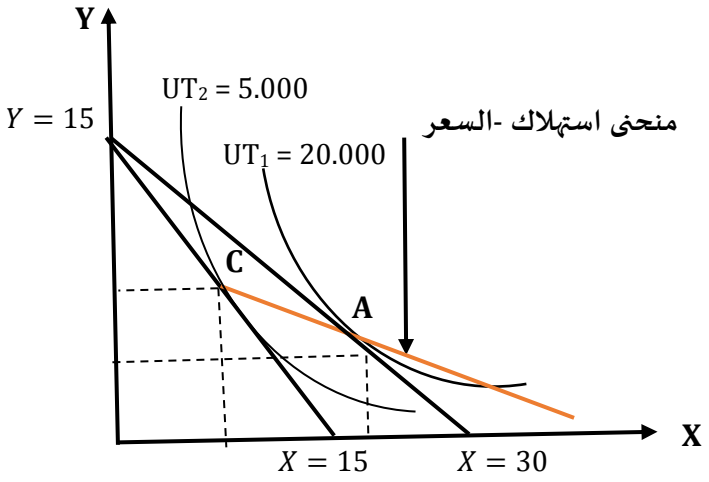
خط الميزانية: $\boxed{y = 15 - x}$

$$Ut = 10.x^2.y$$

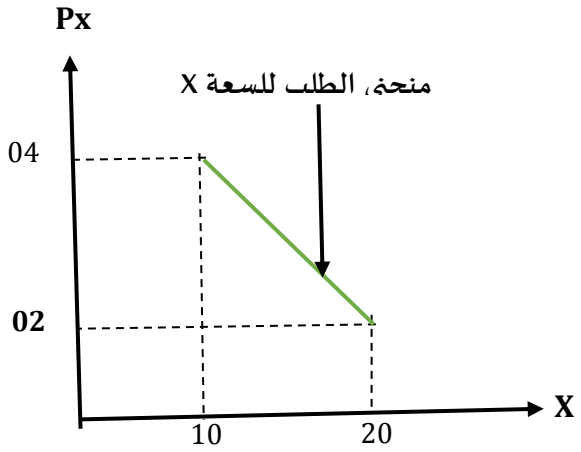
$$5000 = 10.x^2.y$$

معادلة منحنى السواء(III) : $\boxed{y = \frac{500}{x^2}}$

x	5	6	7	8	10
y	20	13,88	10,20	7,81	5



بالربط بين نقطتي التوازن نحصل على منحنى جديد يسمى منحنى **استهلاك – السعر**، وانطلاقا من منحنى استهلاك السعر يمكن استخلاص منحنى جديد يسمى منحنى **الطلب على السلعة x**



حل التمرين الرابع:

$$Ut = 2.\ x.y + 4.y$$

1/ إيجاد نقطة التوازن :

$$R = 120 \qquad Px = 10 \qquad Py = 05$$

الشرط -1-

$$\frac{Umx}{Px} = \frac{Umy}{Py}$$

$$Umx = \frac{dUt}{dx} = 2.y$$

$$Umy = \frac{dUt}{dy} = 2x + 4$$

$$\frac{2.y}{10} = \frac{2x + 4}{5}$$

$$(2x + 4).5 = 5.y$$

(1)..... $\boxed{2x + 4 = y}$ معادلة استهلاك الدخل

نعوض (1) في الشرط -2- و(قيد الميزانية) نجد:

الشرط -2-

$$R = x.\ Px + y.\ Py$$

$$120 = 10x + 5.y$$

$$120 = 10.x + 5(2x + 4)$$

$$12 = 10\,x + 10\,x + 20$$

$$100 = 20\,x \Rightarrow$$

y = 14 x = 5

$$UT = 2.(5).(14) + 4.(14)$$

$$UT = 140 + 56$$

UT = 196

التفسير الاقتصادي: يجب على المستهلك اقتناء 5 وحدات من السلعة x و 14 وحدة من y للحصول على أقصى إشباع ممكن يقدر ب UT = 196

A (x,y)* = (5,14)

2/ إيجاد نقطة التوازن الجديدة

R = 120 Px = 5 Py = 5

الشرط -1-

$$\frac{Umx}{Px} = \frac{Umy}{Pv}$$

$$Umx = 2.y$$

$$Umy = 2x + 4$$

$$\frac{2.y}{5} = \frac{2x + 4}{5}$$

$$2.y = 2x + 4$$

y = x + 2 .....(1)

نعوض (1) في الشرط -2- وهو قيد الميزانية:

الشرط -2-

$$R = x.Px + y.Py$$

$$120 = 5x + 5y$$

$$120 = 5x + 5\,(x + 2)$$

$$120 = 5\,x + 5\,x + 10$$

$$110 = 10\,x$$

x = 11 y = 13

(B) (x,y)*=(11,13)

يجب على المستهلك اقتناء 11 وحدة من السلعة x و13 وحدة من y للحصول على أقصى إشباع كلي ممكن يقدر ب:

$$UT = 2\,x\,y + 4y$$

$$UT = 2.11.13 + 4.13$$

$$UT = 286 + 52$$

$$\boldsymbol{UT = 338}$$

التمثيل البياني: منحنى السواء (I)

$$UT = ٢x\,y + 4y$$

$$UT = y.\,(2x + 4)$$

$$196 = y\,(2x + 4)$$

منحنى السواء (I) $\boxed{y = \frac{196}{(2x+4)}}$

x	2	4	6	8	10	12
y	24,5	16,33	12,25	9,8	8,16	7

منحنى السواء (II) $\boxed{y = \frac{338}{(2x+4)}}$

$$R = x.\,Px + y.\,Py$$

$$120 = 10x + 5y$$

$$120 - 10x = 5y \qquad \boxed{y = 24 - 2x}$$

$$\begin{cases} x = 0 \rightarrow y = 24 \\ y = 0 \rightarrow x = 12 \end{cases}$$

خط الميزانية (II):

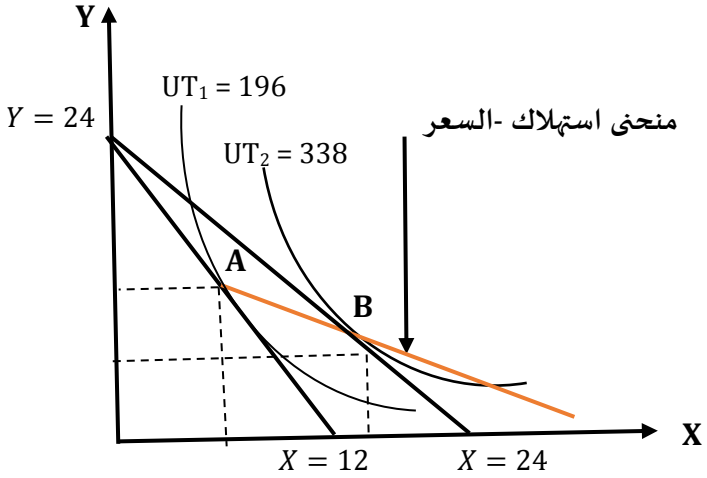
$$R = x\,.\,Px + y\,.\,Py$$

$$120 = 5x + 5y$$

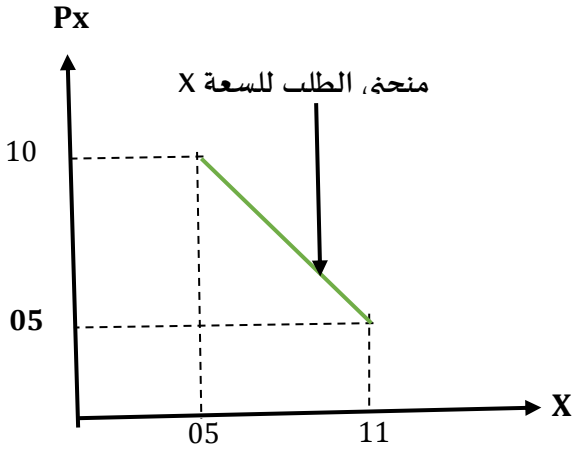
$$120 - 5x = 5y$$

معادلة خط الميزانية (II) $\boxed{y = 24 - x}$

$$\begin{cases} x = 0 \rightarrow y = 24 \\ y = 0 \rightarrow x = 24 \end{cases}$$



لما نربط ما بين نقطتي التوازن A وB نحصل على منحنى جديد يسمى منحنى **استهلاك – السعر**، ويمكن استخلاص منحنى جديد من منحنى استهلاك السعر وهو **منحنى الطلب سلعة x**



4/حساب المعدّل الحدة للإحلال عند نقطتي التوازن :

*نقطة التوازن الأولى (5,14) (x,y)

$$TMS = \frac{Umx}{Umy} = -\frac{dy}{dx} = -\frac{Px}{Py}$$

$$TMS = -\frac{Px}{Py} = \frac{10}{5} \Rightarrow |2| = 2$$

أو

$$TMS = \frac{Umx}{Umy} = -\frac{2y}{2\,x + 4} = -\frac{2(14)}{2(5) + 4} = \frac{28}{14} = 2$$

يجب على المستهلك أن تنازل عن وحدتين من y للحصول على وحدة واحدة من x

*نقطة التوازن الثانية (x,y) = (11,13)

$$TMS = -\frac{Px}{Py} = \frac{-5}{5} \Rightarrow |-1| = 2$$

أو

$$TMS = \frac{Umx}{Umy} = \frac{2y}{2\,x + 4} = -\frac{2(13)}{2(11) + 4} = \frac{26}{26} = 1$$

يجب على المستهلك أن يتنازل عن وحدة واحدة من y للحصول على وحدة واحدة من x

نظرية العرض والطّلب

في الاقتصاد يعرف السوق على أنّه المكان الذي يلتقي فيه البائع مع المشتري، أو هو ملتقى تفاعل قوى العرض والطلب، ولقد كان يتمّ ذلك إلى وقت قريب، حيث يتواجد مجموعة من المشترين الذين يمثلون الطلب، ومجموعة من البائعين الذين يمثّلون العرض في مكان معين، مثل المتاجر الصغيرة ومراكز التسوق أو الأسواق الدولية للمنتجات كالقمح أو السكر أو أسواق المال وأسواق الأسهم والسندات أو ما يعرف بالبورصات.

غير أنه مع التطور السريع لوسائل الاتصال والمواصلات، أصبح مصطلح السوق يشير فقط إلى تفاعل قوى العرض والطلب فقط دون اشتراط التقاء البائعين والمشترين في مكان معين، حيث أصبحت صفقات البيع والشراء تتمّ عن طريق الهاتف أو الفاكس أو عبر شبكة الأنترنت أو ما أصبح يصطلح عليه بالتجارة الإلكترونية.

ونجد في العادة أن المستهلك لا يفكّر كيف تصل السلع والخدمات إليه، وما هي المراحل التي سارت بها هذه العملية وهذا لسببين أولهما أن المستهلك يهتمّ فقط بمدى توفر السلع والخدمات التي يريد الحصول عليها ولا يهتمّ بالمراحل التي تمرّ عبرها هذه العملية، وثانيا من خصائص السوق هو أنه يقوم بوظائفها بطريقة ذاتية، ودون أن يشعر المستهلك بتفاصيلها، وهذه الأخيرة أطلق عليها الاقتصادي آدم سميث عام 1776 اسم اليد الخفية Invisible Hand، أي أن هذه الآلية تقوم بعملها دون أن يلاحظ ذلك الناس[1].

1- آلية السوق :

إنّ تفاعل قوى العرض والطلب تمثّل القوة الأساسية التي تحرّك الأسواق، حيث تؤدّي هذه التفاعلات إلى إعلان ندرة السلع وبالتالي تحديد أسعارها النسبية التي تمثّل القاعدة الرئيسية التي تبنى عليها قرارات البائعين والمشترين في الأسواق، فعند وجود عجز أو نقص (ندرة) في سلعة معينة، يؤدّي ذلك إلى ارتفاع أسعارها في السوق بالنسبة للسلع الأخرى في الأسواق، وبالتالي يتوفر الحافز للمنتجين أو البائعين لضخ موارد إضافية بغرض زيادة الكميات المعروضة من أجل تحقيق زيادة في الأرباح، وبالتالي يمكن القول أنّ الأسعار النسبية (أي سعر سلعة بالنسبة للسلع الأخرى) ، هي العنصر المنظم لآلية عمل الأسواق.

وبالإضافة إلى دورها السابق، فان الأسعار النسبية لها دور مهمّ أيضا في تنظيم الاستهلاك، فعند ارتفاع سعر سلعة ما مقارنة بأسعار السلع الأخرى، فإنّ هذا يعطي مؤشّرا هاما للمستهلكين بضرورة التوجه نحو استهلاك السلع الرخيصة نسبيا، وهذا طبعا حسب مستوى المنفعة (الإشباع) الذي يمكن الحصول عليه في حدود الدّخل المتاح والأسعار السائدة في السوق.

[1] أد عبد الوهاب الأمين، أد بشير فريد، مرجع سبق ذكره، ص74.

2. الطلب (Demand)

أولا يجب التفريق بين الرغبة في الحصول على سلعة معينة وبين القدرة على شراء هذه السلعة[1]. فمجرد الرغبة في الحصول على أي شيء أو على سلعة لا يعني ذلك طلبًا عند الاقتصاديين، ما لم تكن هذه الرغبة مدعمة ومعزّزة بقدرة شرائية، وبالتالي فإنّ الطلب هو الرغبة الآلية في الشراء التي تدعّمها وتعزّزها قدرة شرائية للحصول على كمية معينة من سلعة ما، عند سعر محدّد على أن يتمّ ذلك خلال فترة زمنية معينة"[2].

أو يعرف الطلب على أنه مجموع الكميات المختلفة من السلع التي يرغب ويستطيع المستهلك شرائها لقاء أسعار محددة وخلال فترة زمنية محدّدة، ويتوقع أنه كلما كان السعر أقلّ كلّما كانت الكمية المطلوبة أكبر والعكس، كلما كان السعر أكبر كلما كانت الكمية المطلوبة أقلّ، أي أنّ العلاقة بين السعر والكمية المطلوبة هي علاقة عكسية.

1.2 قانون الطلب (The Law of Demand)

يوضح قانون الطلب العلاقة العكسية بين سعر ما والكمية المطلوبة منها، فكلّما ارتفع سعر سلعة ما في السوق، كلما قلّت الكميات التي يستطيع الفرد الحصول عليها من السلعة، وكلما انخفض سعر السلعة في السوق كلما زادت قدرة المستهلك في الحصول على كميات أكثر من السلعة.

ويمكن التعبير عن هذه العلاقة العكسية بين السعر والكمية المطلوبة باستخدام جدول الطلب أو بيانيا بمنحنى الطلب أو رياضيا كما سوف نبينه لاحقًا باستخدام دالة الطلب.

- **جدول الطلب**: يعبّر عن العلاقة العكسية بين السعر والكمية المطلوبة من سلعة ما بشكل رقمي ويبين الجدول رقم 1 طلب المستهلكين على سلعة معينة عند منحنى مستويات مختلفة للأسعار.

الجدول رقم 1 جدول الطلب

سعر الوحدة P	النقاط	الكمية المطلوبة QD
5	A	5
4	B	10
3	C	15
2	D	20
1	E	25

- **منحنى الطلب (الطلب الفردي)**: لو قمنا بتمثيل الجدول السابق (جدول الطلب) في منحنى بياني، بحيث نضع السعر المحور العمودي، والكمية المطلوبة في المحور الأفقي دائما لأنّ الكمية متغير مشترك بين القيم الاقتصادية الأخرى مثل الإيراد، التكاليف، الربح[3].....فإننا سوف نحصل على منحنى يسمّى منحنى الطلب (الطلب الفردي) حيث يكون عبارة عن خطّ ينحدر من اليسار نحو اليمين، وبما أنه متناقص فان هذا يعني أن هذه المنحنى ذو ميل سالب.

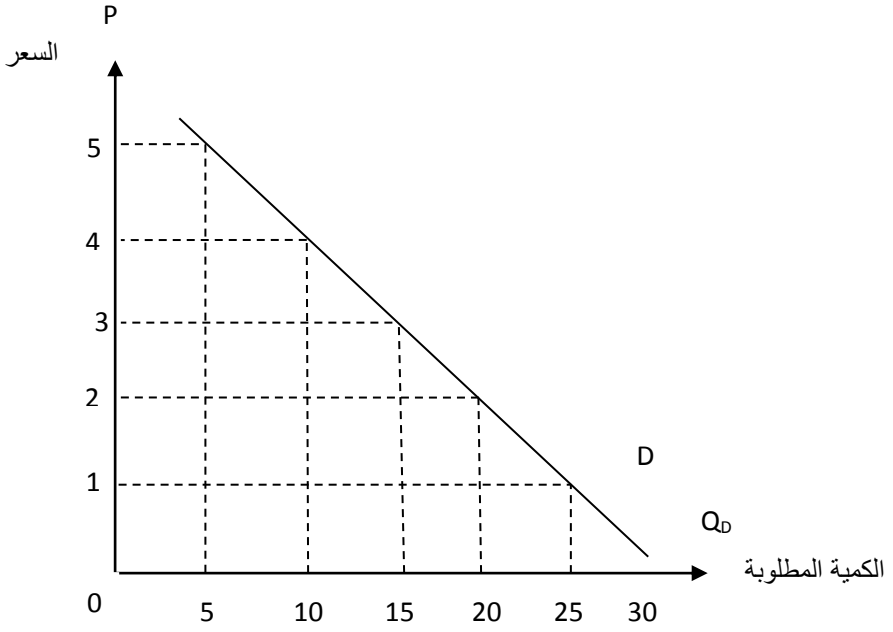
---

[1] د. أحمد فوزي ملوخية، مرجع سبق ذكره، ص29.

[2] د. إبراهيم سليمان قطف، د. علي محمد خليل، مرجع سبق ذكره، ص51.

[3] د. د عبد الناصر رويسات، مبادئ الاقتصاد الجزئي: محاضرات وتمارين محلولة، الطبعة الثانية، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، 2006، ص10.

الشكل رقم 1: منحنى الطلب

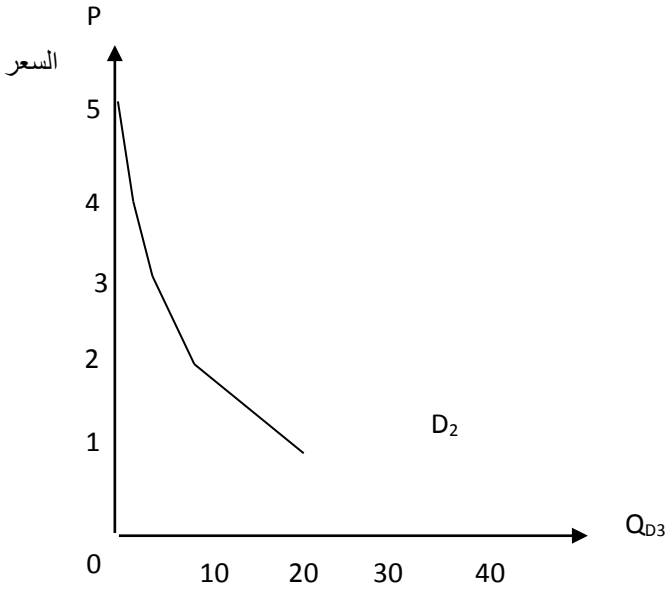


2.2 الطلب السوقي: (Market Demand Curve)

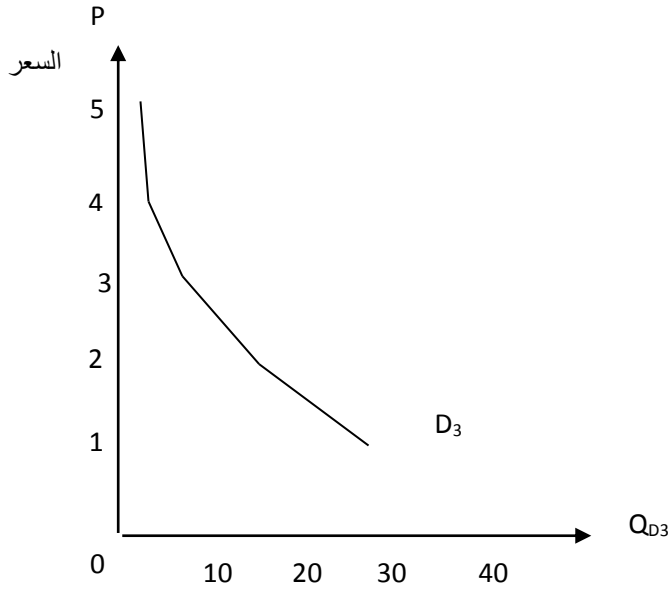
يمثّل طلب السوق على سلعة أو خدمة معينة، مجموعة طلبات المستهلكين على هذه السلعة أو الخدمة الموجودين في السوق، ذلك مقابل أسعار محددة وخلال فترة زمنية معينة، ولتوضيح ذلك سوق نفترض وجود ثلاثة مستهلكين في سوق سلعة (X) معينة، حيث أن كل مستهلك له جدول طلب يختلف عن الآخر، وبالتالي فإنّ طلب السوق يكون عبارة عن مجموعة طلبات المستهلكين التي يتمّ الحصول عليها من خلال تجميع الكميات المطلوبة من طرف المستهلكين الثلاث عند كلّ سعر كما هو معين أدناه:

الجدول رقم 02 الطلب السوقي

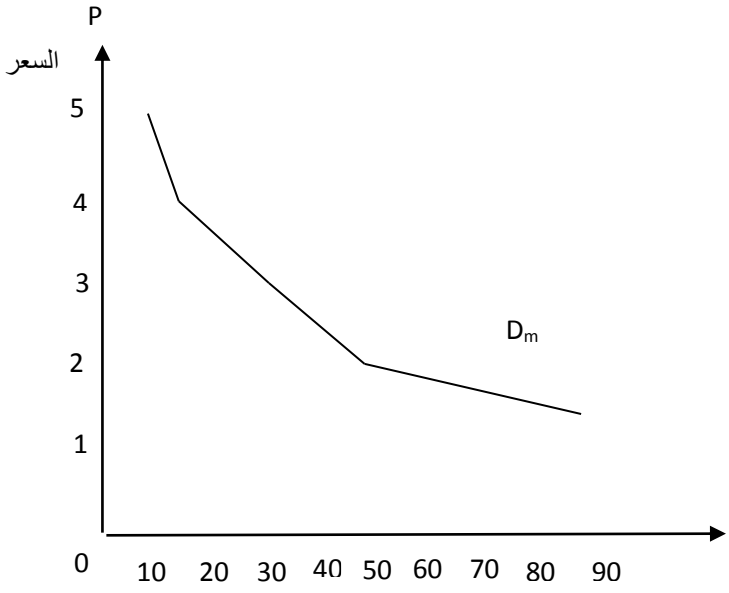
السعر P	المستهلك (1) Q_{D1}	المستهلك (2) Q_{D2}	المستهلك (3) Q_{D3}	طلب السوق Q_{DM}
5	5	0	3	08
4	8	2	5	15
3	15	5	10	30
2	25	10	15	50
1	40	20	25	85



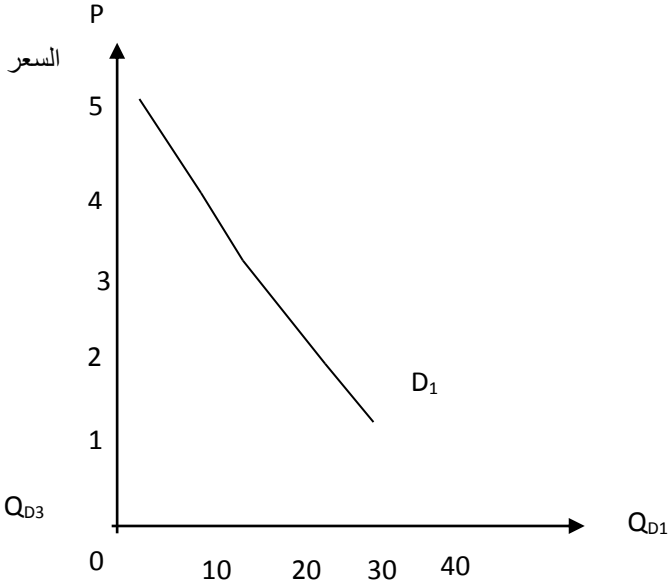
الشكل 3 منحنى طلب المستهلك (2)



الشكل 4 منحنى طلب المستهلك (3)



الشكل 5 منحنى طلب السوق



الشكل 2 منحنى طلب المستهلك 1

مثال 2:

إذا كان لدينا ثلاثة أفراد يطلبون السلعة x في السوق، وكان سعرها هو 3 وحدات نقدية بحيث يطلب الأول 5 و الثاني 3 و الثالث 10 عند السعر السابق فيكون طلب السوق

$$5+3+10=18$$

مثال 3:

إذا كانت دالة طلب الفرد الأول مع السلعة x هي:

$$Q_{D_1} = -P + 30$$

ودالة الطلب الثاني هي:

$$Q_{D_2} = -2P + 8$$

- فما هو طلب السوق عندما يساوي 3 وحدات نقدية:
- دالة طلب السوق هي:

$$Q_{D_M} = \sum_{i=1}^{n} Q_{D_i} \Longrightarrow Q_D = Q_{D_1} + Q_{D_2} + \cdots + Q_{D_n}$$

$$Q_D = Q_{D_1} + Q_{D_2}$$

$$Q_D = -P + 30 + (-2P + 8)$$

$$Q_D = -3P + 38$$

2-3- محددات الطلب :

يتأثر طلب المستهلك بمجموعة من العوامل أو المحددات والتي تؤثّر على الكمية التي يطلبها، أي أنها قد تؤدي إلى زيادة أو انخفاض الكمية المطلوبة والتي يمكن تقسيمها إلى صنفين هما:

- **العوامل الكمية:** وهي المحددات التي يمكن قياسها نقديا وعدديا وهي:

– سعر السلعة: حيث أن العلاقة بين الكمية المطلوبة من سلعة أو خدمة ما، لها علاقة عكسية مع سعرها، حيث كلما زاد سعر السلعة انخفض الطلب عليها مع ثبات العوامل الأخرى، طبعا والعكس، ولهذا نجد أن ميل منحنى الطلب متناقص.

– الدّخل: وهو مجموع المبالغ التي يخصصها المستهلك للإنفاق بعد اقتطاع الضرائب والذي قد يتمّ الحصول عليه مقابل العمل أو عن طريق مصادر أخرى كالهبة أو المنحة أو الإعانات الحكومية.. إلخ[1].

[1] أد عبد الوهاب الأمين، أد فريد بشير، مرجع سبق ذكره، ص80.

وعموما تكون العلاقة موجبة بين زيادة الدّخل واستهلاك السلع العادية، حيث تزداد الكمية المطلوبة بزيادة الدّخل، والعكس شريطة بقاء باقي العوامل الأخرى ثابتة، غير أنّ هناك بعض السلع التي يتأثر الطلب عليها عكسيا بزيادة الدّخل، حيث يؤدّي زيادة الدّخل إلى انخفاض الطلب عليها وتسمى بالسلع الرديئة أو السلع الدنيا.

– أسعار السلع الأخرى: وهي بدورها يمكن تقسيمها إلى ثلاثة أقسام تتمثل فيما يلي:

- ❖ السلع البديلة: وهي السلع التي تصلح لإشباع نفس الحاجة لدى المستهلك أو تكون قريبة منها[1] أي أن المستهلك يستطيع الاختيار بين سلعتين أو أكثر مثل زيت الذرة وزيت الزيتون، لحم الأغنام ولحم الأبقار، القهوة والشاي أو السفر عن طريق القطار والسفر بالسيارة، فكلما ارتفعت أسعار إحداها في السوق، زاد الطلب على السلعة الأخرى، (البديلة)، والعكس عند انخفاض السعر، أي أنّ العلاقة طردية.
- ❖ السلع المكملة: وهي تلك السلع المرتبطة ببعضها البعض في الاستهلاك، حيث لا يمكن استهلاك أحدهما دون الآخر من أجل إشباع رغبة ما، كما هو الحال بالنسبة للشاي والسكر، السيارة و البنزين الأفلام والكاميرات .. إلخ حيث أن ارتفاع سعر أحدهما يؤدي إلى انخفاض الكمية المطلوبة من الآخر والعكس أي أنّ العلاقة عكسية.
- ❖ السلع المستقلة: وهي السلع التي لا تتأثر بالتغيرات التي تحدث في أسعار بعضها البعض بصورة مباشرة لعدم وجود علاقة بينهما مثل، أسعار السيارات لا تؤثر على طلب المستهلكين بالنسبة لسلعة البطاطا أو الطماطم.

- ■ **العوامل الكيفية**: هي العوامل أو المحددات التي لا يمكن قياسها عدديا، ولكن رغم ذلك لها تأثير كبير على الطلب وتتمثل فيما يلي:

- ❖ عدد المستهلكين (المشترين): إنّ طلب السوق على سلعة أو خدمة ما هو مجموع طلبات المستهلكين الموجودين في السوق كما ذكرنا سابقا، لذا فان أي زيادة في عدد المشترين نتيجة لعدّة عوامل مثل زيادة النمو السكاني أو الهجرة الجماعية أو نتيجة المناسبات الاجتماعية أو أيضا تحسن القدرة الشرائية كلها عوامل تؤدّي إلى زيادة الطلب السوقي سواء على السلع الاستهلاكية، على الوحدات الإسكانية، على خدمات الصّحة، على التعليم، وعلى مختلف السلع والخدمات الأخرى.
- ❖ أذواق المستهلكين: وهو يعتبر من العوامل الرئيسية التي تؤثر على الكمية المطلوبة من السلع أو الخدمات حيث أنّ أذواق المستهلكين تتغير بمرور الزمن نتيجة تغيير العادات الاستهلاكية أو تأثير السياسات التسويقية، فكلما تركز ذوق المستهلك على سلعة ما، وأعطى لها أفضلية في الاستهلاك، كلما زاد الطلب عليها والعكس صحيح، كلما انصرف المستهلك عن استهلاك سلعة ما قلّ الطلب عليها (علاقة طردية).
- ❖ توقعات المستهلكين: يتأثر الطلب على أية سلعة بالأسعار المتوقعة للسلعة في المستقبل، فمثلا إذا ما توقع المستهلكون ارتفاع سعر السلعة في المستقبل سوف يؤدي هذا إلى زيادة الطلب الحالي على السلع التي يتعاملون بها،

[1] د. إبراهيم سليمان قطف، د. علي محمد خليل، مرجع سبق ذكره، ص60.

وهذا من أجل الاستفادة من السعر الحالي الذي يعتبر سعراً منخفضًا مقارنة مع السعر المتوقع. أي أن العلاقة بين الطلب والتوقعات علاقة طردية.

2-4-دالة الطلب :

تعبر دالة الطلب عن الصيغة الرياضية التي تجمع ما بين الكمية المطلوبة من سلع ما والعوامل الرئيسية المحددة لها، ويمكن صياغتها رياضيا على الشكل التالي:

$$Q_{D_x} = f(P_x, P_y, P_z, ..; R, E)$$

حيث أن:

QDx : تمثل الكمية المطلوبة من السلعة x مثلاً

P_x : يمثل سعر السلعة x

Py : يمثل سعر السلعة البديلة

P_z : يمثل سعر السلعة المكملة

R : يمثل دخل المستهلك.

E : يمثل المحددات الكيفية

كما يجب الإشارة أنه لا يمكن تحليل دالة الطلب بكل العوامل المؤثرة والمحددة في وقت واحد، ولهذا في العادة نلجأ إلى أسلوب مبسط وهو افتراض ثبات الدّخل، والمحددات الكيفية وأسعار السلع الأخرة المكملة والبديلة، مع تغير عامل واحد وهو في العادة سعر السلعة في حدّ ذاتها، وبالتالي تصبح دالة الطلب الجدية من الشكل التالي:

$$Q_{D_x} = f(P_x) \Longrightarrow Q_{D_x} = A - d.P_x$$

حيث أن:

QDx : تمثل الكمية المطلوبة من السلعة x.

A : تمثل الكمية المطلوب عند مجانية السعر (عدمية السعر)

d : يمثل ميل دالة الطلب، ويتمثل في مقدار التغير في الكمية المطلوبة عند التغير في سعر السلعة بوحدة واحدة.

Px : يمثل سعر السلعة x

مثال: إذا افترضنا أنّ الكمية المطلوبة من مادة البنزين هي 30ل، في حين أنّ مقدار انخفاض الكمية المطلوبة منه عند ارتفاع السعر بوحدة نقدية واحدة هي 5 ل[1]

المطلوب: أوجد دالة الطلب على البنزين؟

لدينا: $Q_{D_x} = A - d.P_x$

[1] محاضرات، د. مصطفى طويطي، محاضرات في الاقتصاد الجزئي: دروس وتمارين محلولة، جامعة آكلي محند الحاج، 2014/2013، ص17

حيث أنّ d = 5 و A : = 30

$$Q_{D_x} = 30 - 5P_x$$

3- العرض :

يقصد بالعرض الكمية المعروضة من سلعة ما عند ثمن معين وخلال فترة زمنية معينة، وبهذا المعنى، فان الكمية المعروضة تختلف عن الكمية المنتجة وذلك إما بسبب عامل التّلف أو الاستهلاك الذاتي، أو التصدير إلى الخارج أو بالإضافة إلى المخزون. ونفترض في حالة عرض السلعة ما، أن المنتج يهدف أساساً إلى تحقيق أقصى ربح ممكن من جرّاء عرضه لهذه السلعة، وأن المحدد الأساسي لهذه السلعة أو لعرض سلعة ما هو سعرها [1]

3-1- قانون العرض : Law of supply

يفسر قانون العرض العلاقة الطردية بين سعر سلعة ما والكمية المعروضة منها، حيث كلما زاد سعر السلعة في السوق، كلما زادت الكميات المعروضة منها، وكلما انخفض سعر السلعة قلّت الكميات المعروضة والسبب في ذلك هو أن المنتج يسعى دائما لتعظيم أرباحه، لذا نجد أن ارتفاع الأسعار يحفز المنتج على الإنتاج المزيد من السلعة، بهدف زيادة الكميات المعروضة وبالتالي زيادة الأرباح.

ويمكن التعبير عن قانون العرض من خلال جدول العرض وبيانيا حسب منحنى العرض وكذلك من خلال دالة العرض كما سوف نبينه لاحقا.

- **جدول العرض:** وهو يعبر عن العلاقة الرقمية الطردية بين سعر السلعة والكمية المعروضة منها عند كل مستوى من الأسعار.

ويبين الجدول رقم 02 عرض أحد المنتجين للسلع x عند مستويات مختلفة من السعر

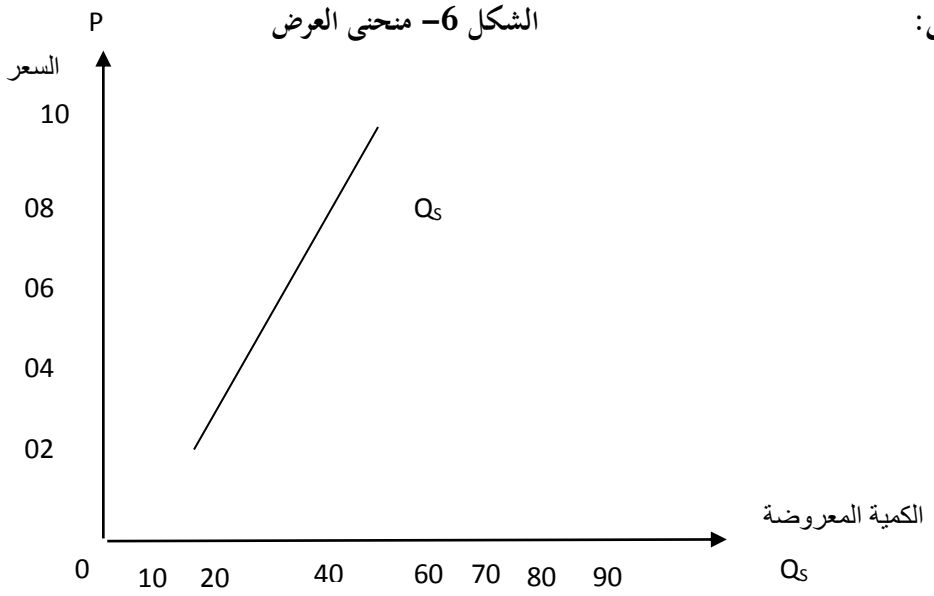
الجدول رقم: 03 جدول العرض

النقاط	السعر P	الكمية المعروضة Qs
A	10	50
B	08	40
C	06	30
D	04	20
E	02	10

[1] د أحمد فوزي ملوخية، مرجع سبق ذكره، ص 51.

- **منحنى العرض:**

الشكل 6– منحنى العرض



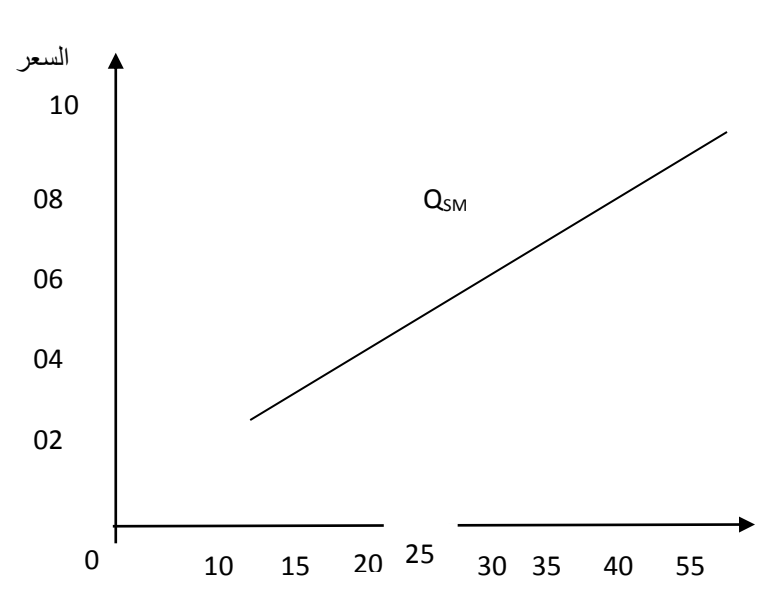
نلاحظ من خلال منحنى العرض أن انخفاض السعر من 10 إلى 08وحدات نقدية يؤدّي إلى انخفاض الكمية المعروضة من 50 وحدة إلى 40 وحدة، فهو يمثل العلاقة الطردية بين سعر السلعة والكمية المعروضة من قبل المنتج، حيث يتّجه من الأسفل إلى الأعلى، أي ذو ميل موجب أي أن منحنى العرض يعكس قانون العرض.

3–2– عرض السوق: Market supply curve:

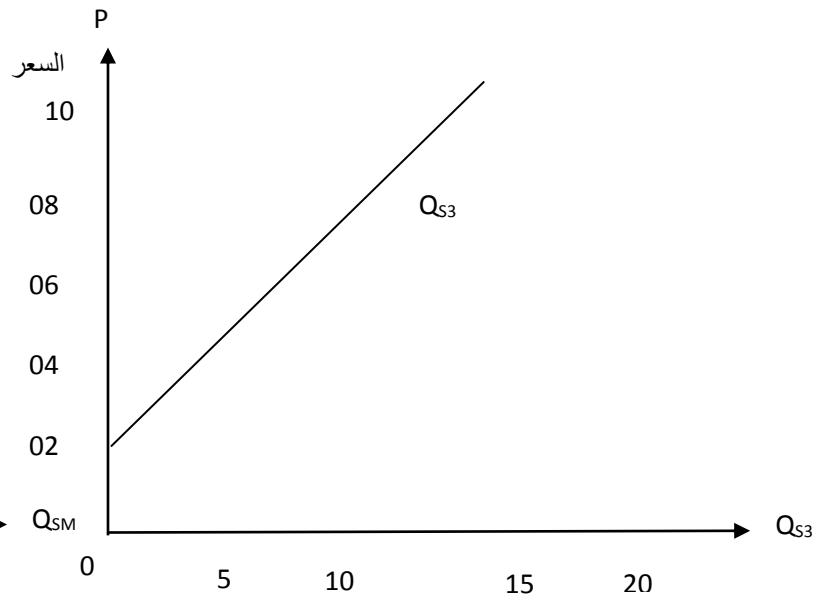
كما سبق وتحدّثنا عن الطلب السوقي، فانّ العرض السوقي لسلعة ما يمثّل مجموع الكمية المعروضة من قبل جميع البائعين لهذه السلعة، وعند مستويات مختلفة من مستويات الأسعار ولتوضيح ذلك أكثر نفترض وجود ثلاثة منتجين لسلعة ما ولكل منتج جدول عرض خاص فنحصل على عرض سوق من خلال نفس الطريقة السابقة أي عن طريق الجمع الأفقي لكميات المعروض من قبل كل منتج كما هو مبين أدناه.

الجدول 03 العرض السوقي

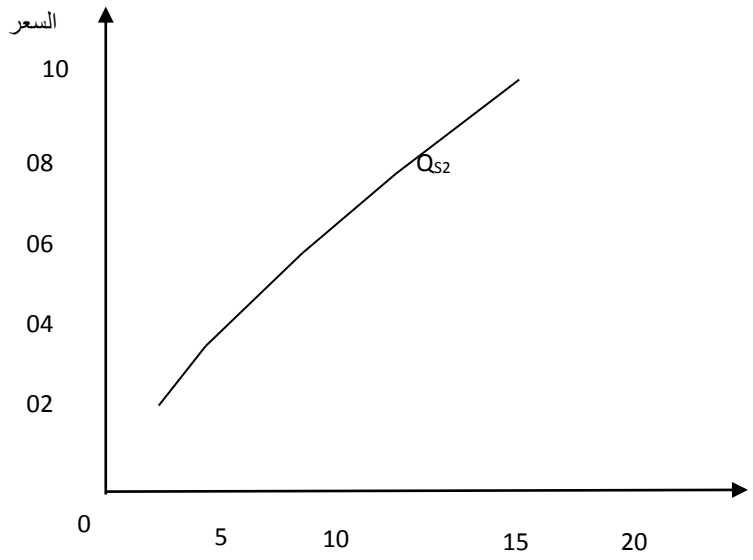
السعر	المنتج (1) Q_{S1}	المنتج (2) Q_{S2}	المنتج (3) Q_{S3}	عرض السوق Q_{SM}
10	20	15	13	48
8	18	12	10	40
06	14	10	06	30
04	10	06	02	18
02	05	02	00	07



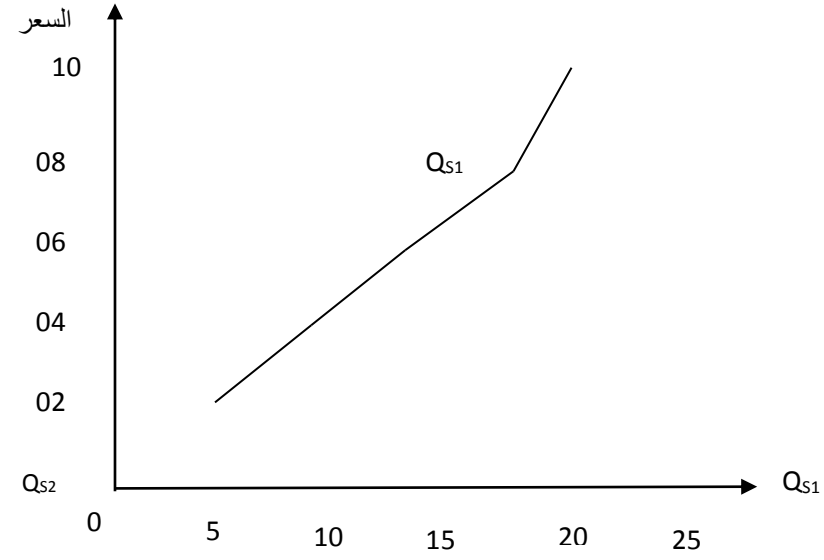
شكل 10منحنى عرض السوق



الشكل 9 عرض المنتج(3)



الشكل 08 عرض المنتج (2)



شكل 7 عرض المنتج (1)

الملاحظة: يتمّ حساب دالة العرض السوقي عن طريق العلاقة التالية:

$$Q_{S_M} = \sum_{i=1}^{n} Q_{S_i} \Rightarrow Q_{S_M} = Q_{S_1} + Q_{S_2} + \cdots + Q_{S_n}$$

3-3 محددات العرض

لقد رأينا سابقا أنّ الطلب يتأكد بمجموعة من العوامل المؤثّرة على الكمية المطلوبة من سلعة ما ولهذا نجد أن العرض أيضا ليس بمعزل، فبدوره هو أيضا يتأثر بمجموعة من المحددات التي تؤثّر على الكمية المعروضة، ومن أهم هذه المحددات نجد:

- سعر السلعة: ولقد تكلمنا عن العلاقة الطردية بين سعر السلعة والكمية المعروضة، حيث أن ارتفاع الأسعار في الأسواق يدفع المنتجين إلى إنتاج المزيد من السلع، وهذا بغرض تعظيم أرباحهم.
- تكاليف عوامل الإنتاج: وتسمى أيضا مدخلات الإنتاج وهي كلّ ما يستخدم من مواد خام، ووقود وآلات ومباني ويد عاملة وغيرها من الموارد في إنتاج سلعة أو خدمة ما، فارتفاع هذه المدخلات يؤدّي إلى زيادة تكاليف الإنتاج وبالتالي انخفاض حجم الإنتاج وبالتالي انخفاض العرض من السلعة وهذا بسبب عجز المنتجين من الرفع في سعر البيع،[1] والعكس صحيح في حالة انخفاض تكاليف الإنتاج.
- المستوى الفني والتقني المستخدم في الإنتاج: يؤدي التقدم التقني إلى زيادة الكفاءة الإنتاجية وهذا من خلال رفع المستوى الفني عن طريق استخدام الآلات والمعدّات الحديثة والاستفادة من التكنولوجيا المتطورة أو زيادة سرعة الإنتاج، تخفيض التكاليف وبالتالي زيادة الكميات المنتجة والذي بدوره يؤدّي إلى زيادة العرض بين السلعة وهذا ما يؤدّي بمنحنى العرض إلى الانتقال نحو اليمين والعكس[2].
- عدد البائعين (المنتجين): كما سبق أن قلنا أن عرض السوق هو مجموع الكميات التي يعرضها المنتجون عند مستويات مختلفة من الأسعار ولهذا فإنّ زيادة عدد المنتجين سوف يؤدّي إلى زيادة حجم الإنتاج وبالتالي زيادة عرض السوق وبالتالي انتقال منحنى العرض نحو اليمين.

4-توازن السوق :

إنّ العامل الرئيسي للسوق هو تفاعل قوى العرض والطلب، فلا تكتمل السوق وتصبح فعلية إلا عن طريق هذه الآلية: الطلب ممثلاً في القدرة الشرائية للمستهلكين والعرض ممثلا في قدرة المنتجين لعرض السلعة.

ويقصد بالتوازن حالة السوق والتي إذا تحققت فإنّها تميل إلى الاستمرار، ويحدث ذلك في علم الاقتصاد عندما تتساوى الكمية المطلوبة من سلعة ما في السوق في الوحدة الزمنية والكمية المعروضة منها في سوق خلال نفس الوحدة الزمنية أو يتحقق التوازن هندسيا عند تقاطع منحنى الطلب السوقي ومنحنى العرض السوقي، ويعرف السعر والكمية عند نقطة التوازن بأنها سعر وكمية التوازن[3].

ولتوضيح هذه الفكرة أحسن نفترض المثال التالي:

---

[1] أد عبد الوهاب أمين د. فريد بشير، مرجع سبق ذكره، ص 90.

[2] د. إبراهيم سليمان قطف، د. علي محمد خليل، مرجع سبق ذكره، ص72

[3] دكتور دومنيك سالفاتور، نظرية اقتصاديات الوحدة: نظريات وأسئلة، سلسلة شوم، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، 1994، ص28.

السعر P	QD	QS	حالة السوق
6	2 000	8 000	6 000
5	3 000	6 000	3 000
4	4 000	4 000	0
3	5 000	2 000	3 000
2	6 000	1 000	5 000
1	7 000	0	7 000

من الجدول أعلاه نلاحظ عندما كان السعر يساوي 6 وحدات نقدية كانت الكميات المطلوبة أقلّ بكثير من الكميات المعروضة، أي هناك فائض عرض يقدّر ب6 000 وحدة ، وهذا دلالة على أن المنتج لا يستطيع بيع من الفائض عند هذا السعر كون أن المستهلك يعتبر هذا السعر مرتفعا، وبالتالي فإنّ المنتج سوف يلجأ إلى تخزين 6000 وحدة التي تمثل فائضا إلى التخزين، وهذا ما لن يقبله المنتج مع مرور الوقت، وتراكم الفوائض، وبالتالي سوف يكون مضطرًا إلى تخفيض السعر من أجل بيع كميات أكبر وبالتالي زيادة المكيات المطلوبة من طرف المستهلك وسوف يستمر هذا الوضع إلى غاية الوصول إلى نقطة التوازن.

فعند السعر 4 و.ن نلاحظ أن الكميات معروضة تساوي الكميات المطلوبة وتساوي 000 4 وحدة يعني أنّ السوق أصبح في حالة توازن وبالتالي كان السعر P = 4 هو سعر توان السوق والكمية QD = QS = 4000 هي كمية التوازن.

ملاحظة:

في حالة ما إذا كان السعر هو 2 و.ن فسوف نلاحظ أنّ الكميات مطلوبة تقدّر ب 6000 وحدة في حين أنّ العرض يقدّر ب1000 وحدة فقط أي بوحدة فائض في الطلب يقدر ب 5000 وحدة ولكي يوافق المنتج على إمداد السوق بكميات إضافية لسدّ هذا العجز، فإن المنتج سوف يرفع السعر، وبالتالي للوصول إلى حالة التوازن من جديد.

مثال 2:

تمثل منحنيات الطلب والعرض للسلعة x بمعادلتين خطيتين تأخذ الصيغ التالية:

$$Q_D = 50-3\,P$$

$$Q_S = 10+5P$$

حيث أنّ Q_D تمثل الكمية المطلوبة وQ_S تمثل الكمية المعروضة، وP يمثل السعر المطلوب: إيجاد نقطة التوازن؟

عند التوازن لدينا: العرض = الطلب

أي $Q_D = Q_S$

$$50-3P = 10+5P$$

$$40 = 8P$$

ومنه:

$P = 5$ و $Q_D^* = Q_S^* = 35$

المرونات

يجب القول أنه عندما يكون لنا ظاهرتين مرتبطتين، فالمرونة تعبر عن مدى تأثير تغير قيمة ظاهرة في تغير قيمة الظاهرة الأخرى[1]، ولقد رأينا سابقا أنّ هناك مجموعة من العوامل التي تؤثر على العرض والطلب ولهذا فإنه من الضروري بالنسبة لمتخذي القرار في منظمات الأعمال من معرفة واستيعاب هذه العلاقات، فهي على الأقل تساعدهم على التنبؤ باتجاه التغير في الطلب على منتجاتهم وعرض تلك المنتجات والذي قد يكون بسبب التغير الذي يمكن أن يحدث في السعر أو في العوامل الأخرى المحددة للعرض أو الطلب.

1. مرونة الطلب (ED):

ويقصد بمرونة الطلب، مدى استجابة الطلب للمتغيرات التي تحدث في محددات الطلب وهي: السعر، الدّخل، وأسعار السلع الأخرى (بديلة، مكملة، متنقلة)، غير أنّ هذه التغيرات التي تحدث في الكمية المطلوبة تختلف من سلعة إلى أخرى، فقد تكون كبيرة أو صغيرة أو منعدمة، فالأمر يتوقف عن مدى استجابة الطلب للمتغيرات التي تحدث في هذه المحددات[2]، ويمكن قياس التغيرات الناتجة عن التغير الحاصل في أحد محددات الطلب باستخدام مرونات الطلب وهي:

1.1 مرونة الطلب السعرية E_{P_x}:

يقيس معامل مرونة الطلب السعرية، التغير النسبي في الكمية المطلوبة من سلعة ما في وحدة من الزمن المترتب على نسبة تغير معينة في سعر السلعة، ولما كانت العلاقة بين السعر والكمية عكسية فإنّ معامل أو ميل المرونة السعرية يكون سالبا، وتقاس بقسمة التغير النسبي في الكمية على التغير النسبيين في السعر:

$$\text{مرونة الطلب السعرية} = \frac{\text{نسبة التغير في الطلب}}{\text{نسبة التغير في السعر}}$$

أو بعبارة أخرى:

$$E_{P_x} = \frac{\%\Delta Q_x}{\%\Delta P_x} = \frac{\frac{\Delta Q_x}{Q_x}}{\frac{\Delta P_x}{P_x}} = \frac{\Delta Q_x}{Q_x} \cdot \frac{P_x}{\Delta P_x}$$

أي:

$$\boxed{E_{P_x} = \frac{dQ_x}{dP_x} \cdot \frac{P_x}{Q_x}}$$

[1] د. عبد الناصر رويسات، مرجع سبق ذكره، ص24.

[2] د. عزت قناوي، د. نيرة سليمان، مبادئ التحليل الاقتصادي الجزئي، دار العلم للنشر والتوزيع، الفيوم – مصر، 2004، ص128.

أو

$$E_{P_x} = \frac{\Delta Q_x}{\Delta P_x} \cdot \frac{P_x}{Q_x}$$

حيث أنّ:

E_{P_x} : تمثل مرونة الطلب السعرية للسلعة X

$\frac{\Delta Q_x}{Q_x}$: يمثل التغير النسبي في الكمية المطلوبة من السلعة X

$\frac{\Delta P_x}{P_x}$: يمثل التغير النسبي في سعر السلعة X

مثال: إذا كانت الكمية المطلوب من سلعة ما (X) مثلا هي 20 وحدة عندما كان السعر يقدّر ب 3 وحدات نقدية، ثم أصبحت 25 وحدة عندما انخفض السعر إلى 2 و.ن.

المطلوب

– أحسب التغير النسبي للسعر والكمية؟

– أحسب مرونة الطلب السعرية؟

– فسر هذه النتيجة اقتصاديا؟

/1

-التغير النسبي للسعر هو :

$$\frac{\Delta P}{P} = \frac{2-3}{3} = -0.33 = -33\%$$

-التغير النسبي في الكمية هو :

$$\frac{\Delta Q}{Q} = \frac{25-20}{20} = 0.25 = 25\%$$

/2 – مرونة الطلب السعرية :

$$E_P = \frac{\frac{\Delta Q}{Q}}{\frac{\Delta P}{P}} = \frac{0.25}{-0.33} \Longrightarrow E_P = -0.75$$

3/ التفسير :

*إن القيمة 0.75- تعني اقتصاديا أنه إذا تغير السعر بـ 1٪ كمية المطلوبة تتغير بمقدار 0.75%

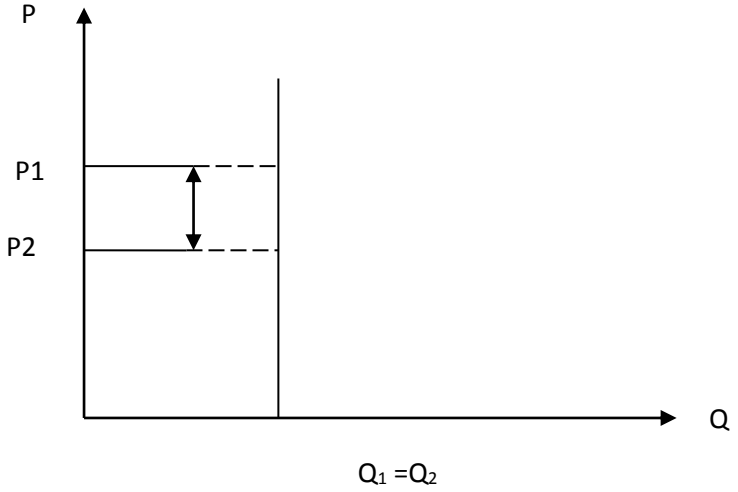
ملاحظة:

- إنّ قيمة مرونة الطلب السعرية تأخذ دائما القيمة السالبة، دلالة على العلاقة العكسية بين السعر والكمية المطلوبة.
- إنّ قيمة مرونة الطلب السعرية هامة جدا بالنسبة للبائع، فإن أراد تغير السعر فإنه يعرف مسبقا انعكاسات ذلك على الطلب وبالتالي على إيراداته.

- **أنواع مرونة الطلب السعرية:**

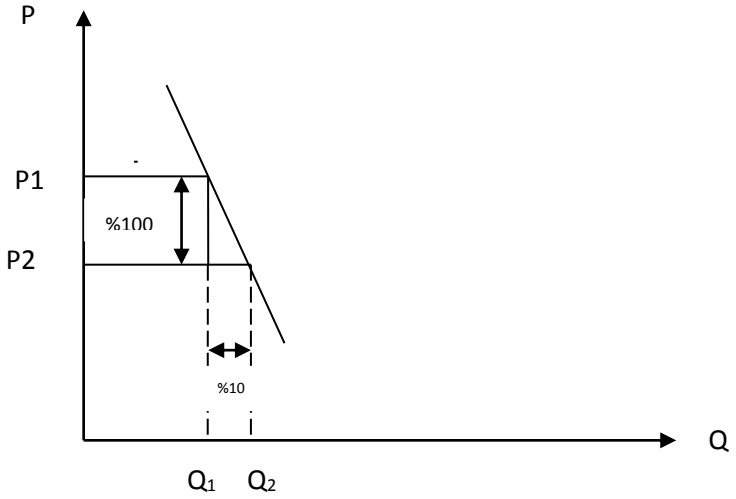
تختلف السلع والخدمات من حيث أهميتها وضروريتها بالنسبة للمستهلك، لذلك نجد أن التغيرات التي تحدث في أسعار السلع، تحدث تغيرات في الكميات المطلوبة منها ولكن بنسب متفاوتة، ويتّضح ذلك من خلال أشكال مرونة الطلب السعرية:

- **طلب عديم المرونة ($E_P = 0$):** وفي هذه الوضعية يتغير السعر وتبقى الكمية المطلوبة ثابتة، أما معامل (ميل) مرونة السعرية، فيكون صفر (0) وبالنسبة لمنحنى الطب فإنه يكون عبارة عن خطّ مستقيم موازي لمحور السعر دلالة على أن أي تغير قد يحدث في السعر، لا يؤدي إلى أي تغيير في الكمية المطلوبة مثل: الطلب على الأدوية.



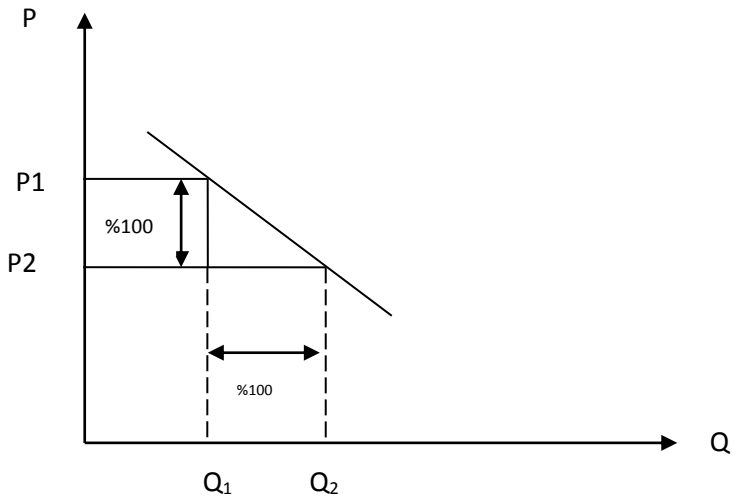
الشكل 11 منحنى الطلب عديم المرونة

- **طلب غير مرن أو "قليل المرونة" $0<E_P<1$:** وفي هذه الوضعية تكون نسبة التغير في الكمية المطلوبة أقل من نسبة التغير في السعر، أما معامل مرونة الطلب، فيكون أقلّ من الواحد، ويكون منحنى الطلب شديد الانحدار وأكثر ميلا للمحور السعري، وأحسن مثال عن ذلك نجد الطلب على السلع الكمالية.



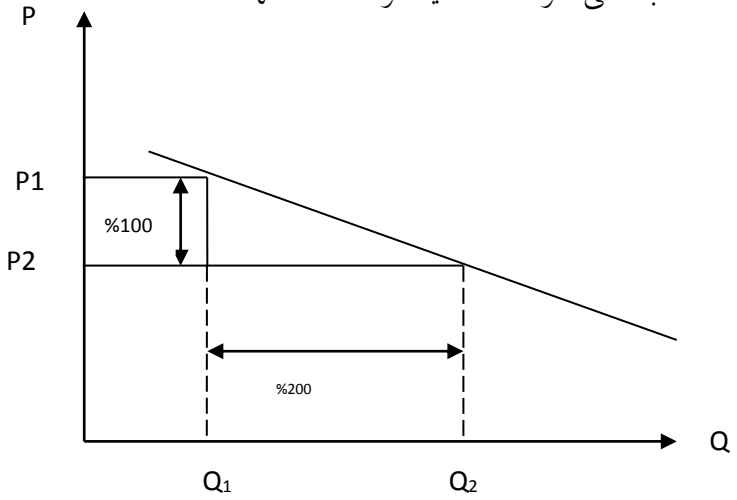
الشكل 12 منحنى الطلب غير مرن

- **طلب متكافئ أو أحادي المرونة أو "مرن تماما 1 = EP:** وفي هذه الوضعية يكون التغير النسبي في الكمية المطلوبة مساويا للتغير النسبي في السعر ويكون معامل مرونة الطلب مساويا للواحد أما منحنى الطلب فيكون على شكل خطّ وسط بين المحورين الأفقي والعمودي وينطبق هذا النوع على السلع التي يوجد لها بدائل في السوق.



الشكل 13 منحنى الطلب مرن تماما

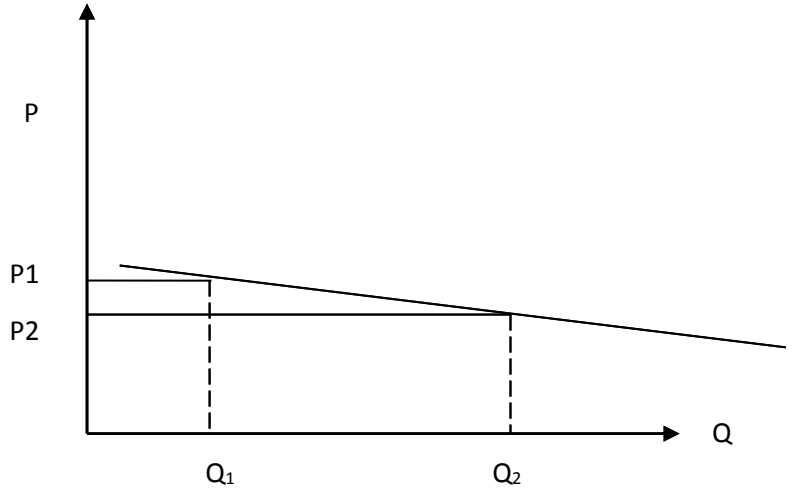
- **طلب مرن أو "كثير المرونة" 1<Ep:** في هذه الوضعية يكون التغير النسبي في الكمية المطلوبة أكبر من التغير النسبي في السعر، ويكون معامل المرونة أكبر من الواحد أما منحنى الطلب فيكون بطيء الانحدار وأكثر ميولا لمحور الكمية وأحسن مثال على ذلك الطلب على المواد الأساسية الواسعة الاستهلاك.



الشكل 14 منحنى طلب كثير المرونة

- **طلب لانهائي المرونة $E_P = \infty$:** في هذه الوضعية تكون الكمية المطلوبة متغيرة والسعر ثابت أما معامل المرونة فيؤول إلى ∞، ويكون منحنى الطلب خط مستقيم موازي تقريبا لمحور الكمية المطلوبة، وينطبق هذا المثال على السلع الموسمية، فمثلا تنخفض الكميات المطلوبة من الملابس الصيفية في فصل الشتاء ولكن ليس بسبب أسعارها.

وقد نحصل على هذه الوضعية أيضا عندما تكون درجة الاستجابة في الطلب كبيرة جدا، نتيجة تغير بسيط في السعر مثل التغيرات التي تحدث في سوق الأوراق المالية، حيث أنه يسبب تغير طفيف في السعر يرتفع الطلب بشكل كبير جدا ونفس المثال على سوق العملات.



- **مرونة القوس:** وتسمى أيضا مرونة نقطة الوسط، ففي حالة المرونة السعرية بين نقطتين على منحنى الطلب وعند ما لا يتمّ تحديد اتّجاه المستهلك بين النقطتين نواجه مشكلة أي السعرين سوف نعتمد عليه في المقارنة، حيث أنه وفي حالة أخذ السعر الأعلى كأساس للمقارنة فإنّ قيمة المرونة سوف تختلف عن حالة إذا ما أخذنا السعر الأقل، ولهذا يتمّ تصحيح هذا الخلل بقسمة التغير في الكمية والسعر على الوسط الحسابي لهما سواءًا السعر أو الكمية فنحصل على القانون التالي:

$$E_P = \frac{\frac{\Delta Q}{\frac{Q_1+Q_2}{2}}}{\frac{\Delta P}{\frac{P_1+P_2}{2}}} = \frac{\Delta Q}{\Delta P}.\frac{P_1+P_2}{Q_1+Q_2}$$

$$\boxed{E_P = \frac{\Delta Q}{\Delta P}.\frac{P_1+P_2}{Q_1+Q_2}}$$

2.1 مرونة الطلب التقاطعية E_{xy}

يقيس هذا المؤشر مدى تأثر الكميات المطلوبة من سلعة ما بالتغيرات التي قد تحدث في أسعار السلع الأخرى مع ثبات العوامل الأخرى، حيث قد تكون السلعتان متكاملتان إذا كانت المرونة التقاطعية سالبة، أو متبادلة إذا كانت موجبة أو قد تكون السلعتان مستقلتان إن كانت المرونة التقاطعية معدومة، ويمكن حسابهما من خلال العلاقة التالية:

$$E_{xy} = \frac{\%\Delta Q_x}{\%\Delta P_y} = \frac{\Delta Q_x / Q_x}{\Delta P_y / P_y} \Longrightarrow$$

$$E_{xy} = \frac{\Delta Q_x}{\Delta P_y} \cdot \frac{P_y}{Q_x}$$

أو

$$E_{xy} = \frac{dQ_x}{dP_y} \cdot \frac{P_y}{Q_x}$$

ملاحظة:

في حالة عدم معرفة اتجاه انتقال المستهلك بين نقطتين يمكن حساب مرونة التعويض المتقاطعة من خلال العبارة التالية:

$$E_{xy}^{\wedge} = \frac{\Delta Q_x}{\Delta P_y} \cdot \frac{P_{y1} + P_{y2}}{Q_{x1} + Q_{x2}}$$

3.1 المرونة الدخيلة E_R

تقيس المرونة الدخيلة للطلب مدى استجابة الكمية المطلوبة للتغير الذي قد يحدث في الداخل بشرط بقاء العوامل الأخرى ثابتة على حالها، ويمكن قياسها بالعلاقة التالية:

$$E_R = \frac{\%\Delta Q_x}{\%\Delta R} = \frac{\Delta Q_x / Q_x}{\Delta R / R} \Longrightarrow$$

$$E_R = \frac{\Delta Q_x}{\Delta R} \cdot \frac{R}{Q_x}$$

ومنه

$$E_R = \frac{dQ_x}{dR} \cdot \frac{R}{Q_x}$$

ملاحظة:

لتوضيح مدى تأثير التغيرات في دخل المستهلك على الكميات المطلوبة من السلع المختلفة، يجب التمييز بين السلع العادية سواء كانت ضرورية أو كمالية أو السلع الرديئة، ويمكن توضيحها كما يلي:

- $E_R < 0$: سلع رديئة.
- $0 < E_R < 1$: سلع ضرورية.
- $E_R > 1$: سلع كمالية

وفي حالة عدم معرفة اتّجاه انتقال المستهلك بين نقطتين، يمكن حساب مرنة التعويض الدخيلة من خلال العلاقة التالية:

$$E_R^{\wedge} = \frac{\Delta Q_x}{\Delta R} \cdot \frac{R_1 + R_2}{Q_{x1} + Q_{x2}}$$

2. مرونة العرض ES:

لا تختلف مرونة العرض على مرونة الطلب كثيرا، لهذا يمكن أن توضح ثلاث أنواع رئيسية لمرونة العرض والمتمثلة فيما يلي:

1.2 مرونة العرض السعرية:

ويمكن تعريفها أنها درجة استجابة الكمية المعروضة نتيجة التغيرات التي يمكن أن تحدث في سعرها مع بقاء باقي العوامل الأخرى ثابتة، وهي دائما موجبة دلالة على العلاقة بين الكمية المعروضة وسعرها، ويمكن قياس مرونة العرض عند نقطة من خلال العلاقة التالية:

$$E_P = \frac{\%\Delta Q_x}{\%\Delta P_x} = \frac{\Delta Q_x / Q_x}{\Delta P_x / P_x} \Longrightarrow$$

$$\boxed{E_P = \frac{\Delta Q_x}{\Delta x} \cdot \frac{Px}{Q_x}}$$

أو

$$\boxed{E_{xy} = \frac{dQ_x}{dP_x} \cdot \frac{P_y}{Q_x}}$$

أما في حالة عدم معرفة اتّجاه العرض بين نقطتين على منحنى العرض فيمكن قياسها بالعلاقة التالية:

$$\boxed{E_{\hat{x}} = \frac{\Delta Q_x}{\Delta P_x} \cdot \frac{P_{x1} + P_{x2}}{Q_{x1} + Q_{x2}}}$$

تمارين محلولة حول المرونات ونظرية العرض والطلب

التمرين الأول:

ليكن لدينا جدول الطلب التّالي:

السعر(P)	الكمية المطلوبة (QD)
0	60
1	50
2	40
3	30
4	20

1- مثل المعطيات بيانيا؟

2- حدّد ميل منحنى الطلب؟

3- أكتب معادلة الطلب؟

التمرين الثاني:

ليكن لدينا الجدول التالي:

P	QS	QD
1	0	50
2	5	40
3	10	30
4	15	20
5	20	10
6	25	00

1- استخرج كلّ من دالتي العرض والطلب؟

2- هل يمكن رسم وتقدير سعر التوازن؟

التمرين الثالث

في سوق سلعة ما يوجد 1000 مستهلك، إذا كانت دالة الطلب الفردي هي $Q_{D_i} = 8 - P$

وأنّ السعر يأخذ المستويات التالية:8 ,7 ,6 ,5 ,4 ,3 ,2 ,1 ,0 .

أوجد دالة طلب السوق والكميات المطلوبة ثمّ مثّلها بيانيا؟

التمرين الرابع:

إذا كانت الكمية المطلوبة من السلعة x والأسعار المقابلة لها تأخذ القيم المعطاة في الجدول التالي:

	A	B
Px	12	10
Qx	30	50

* أوجد مرونة الطلب للسعر من a إلى b ومن b إلى a؟

ثم أوجد مرونة لقوس $\widehat{ab}$ ؟

التمرين الخامس:

إذا كانت الكميات المطلوبة من السلعة x و z وأسعار السلعة y معطاة في الجدول التالي:

Py	12	10
Qx	30	20
Qz	30	50

* أوجد مرونة التقاطع للسلعة x والسلعة z بالنسبة للسلعة y؟ وماذا تستنتج؟

التمرين السادس:

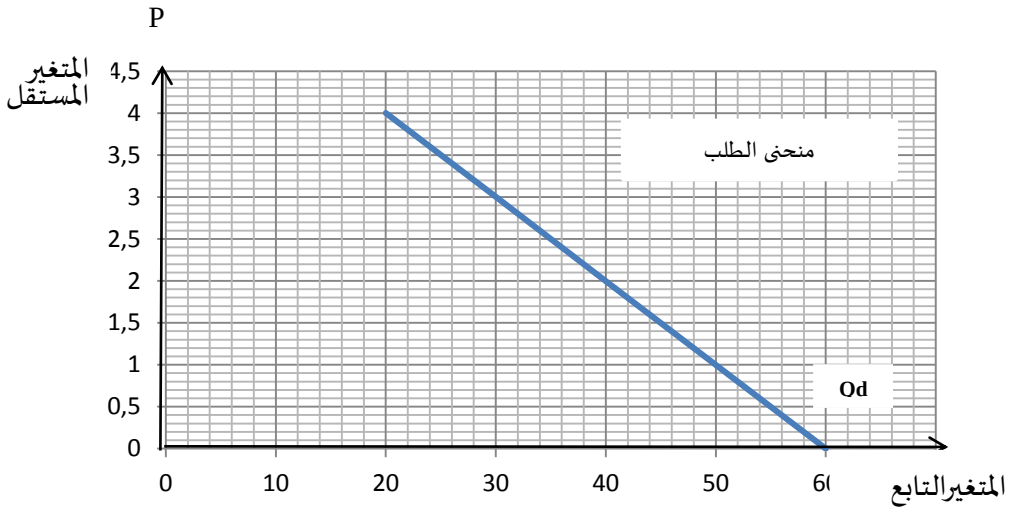
لتكن لدينا الدالة الطلب من الشكل التالي: $Q_x = P_x^{-0.5}.P_y^{0.5}.R^{0.6}$.

أحسب كل من المرونة السعرية، التقاطعية، والمرونة الدّخيلة؟

الحل:

حل التمرين الأول:

1-التمثيل البياني للمعطيات (جدول الطلب)



2-تحديد ميل منحنى الطلب :

$$\text{ميل المنحنى} = \frac{\text{مقدار التغير في المتغير التابع (الكمية } Q_D)}{\text{مقدار التغير في المتغير المستقل (السعر } P)}$$

لدينا دالة الطلب من الشكل: $Q_{D_x} = A - dP_x$

نقوم بحساب الميل ما بين نقطتين:

مثلا: التوفيقة $(0\,,60)(P_1\,,Q_{D_1})$

والتوفيقة $(2\,,40)(P_2\,,Q_{D_2})$

$$\text{الميل(d)} = \frac{\Delta Q_D}{\Delta P} = \frac{40-60}{2-0} = -=10$$

إذن ميل دالة الطلب هو $d = -10$

ط2: عن طريقة جملة معادلتين:

ما بين النقطة $(0\,,60)(P_1\,,Q_{D_1})$

$(2\,,40)(P_2\,,Q_{D_2})$

لدينا: $Q_{D_x} = A - dP_x$

النقطة 1 $\begin{cases} 60 = A - d(0) \dots\dots\dots (1) \\ 40 = A - d(2) \dots\dots\dots (2) \end{cases}$

من المعادلة $(1) - (2)$ نجد:

$20\text{-}2d = 0 \Rightarrow$ $\boxed{d = 10}$

ط3: لدينا A: هو الطلب على السلعة عند مجانية السلعة أي لما $P = 0$

لدينا: لما $P = 0 \leftarrow A = 60 = Q_D$

عند النقطة: $(2 , 40) = (P , Q_{D_x})$

أي:

$$40 = 60 - d(2)$$
$$-20 = -2d$$

ومنه $\boxed{d = 10}$

3- كتابة معادلة الطلب :

لدينا: $60 = A$

$10 = d$

$$Q_{D_x} = A - dP_x$$

$$\boxed{Q_{D_x} = 60 - 10P_x}$$

حل التمرين الثاني:

1) استخراج دالتي الطلب والعرض :

*دالة الطلب: لدينا: $Q_{D_x} = A - dP_x$

باستخدام الطريقة الأولى:

لدينا:

$$\text{ميل المنحنى} = \frac{\text{مقدار التغير في الكمية المطلوبة}}{\text{مقدار التغير في السعر}}$$

ما بين النقطتين: $(P_1 , Q_{D_1}) = (3 , 30)$

$(P_2 , Q_{D_2}) = (1 , 50)$

$$d = \frac{\Delta Q_D}{\Delta P} = \frac{30 - 50}{3 - 1}$$

$$\boxed{d = -10}$$

لدينا : $Q_D = A - dP$

النقطة 1 $\quad 30 = A - 10(3)$

النقطة 2 $\quad 50 = A - 10(1)$

$$\begin{cases} 30 = A - 30 \dots\dots (1) \\ 50 = A - 10 \dots\dots (2) \end{cases}$$

منى المعادلة (1) + (2) نجد:

$$80 = 2A - 40$$
$$120 = 2A$$

ومنه: $\boxed{A = 60}$

ولدينا: $Q_{D_x} = A - dP_x$

دالة الطلب هي: $Q_D = 60 - 10P$

* دالة العرض: لدينا: $Q_S = B + bP$

باستخدام الطريقة الثالثة:

لدينا B: هو العرض من السلعة عند مجانية السلعة أي لما $P = 0$

لدينا: $P = 0 \leftarrow Q_S = B = ؟$

لا يوجد $P = 0$ وبالتالي لا يمكن استخدام هذه الطريقة

وبالتالي نستخدم إمّا الطريقة الأولى التي استخدمت لإيجاد دالة الطلب أو الطريقة الثانية

سوف نقوم بإيجاد دالة العرض ما بين النقطتين:

$(P_1 , Q_{S_1}) = (1 , 0)$

$(P_2 , Q_{S_2}) = (3 , 10)$

لدينا: $Q_S = B + bP$

$$\begin{cases} 0 = B + b(1) \dots\dots (1) \\ 10 = B + b(3) \dots\dots (2) \end{cases}$$

بطرح المعادلة (2) من (1) نجد

$10 = 2\,b \Rightarrow$ **b = 5**

نعوض b في المعادلة (1) أو (2) نجد:

$0 = B + 5.1 \Rightarrow$ **B = - 5**

ومنه دالة العرض هي: $Q_S = -5 + 5P$

2- تقدير سعر وكمية التوازن :

عند التوازن: العرض = الطلب

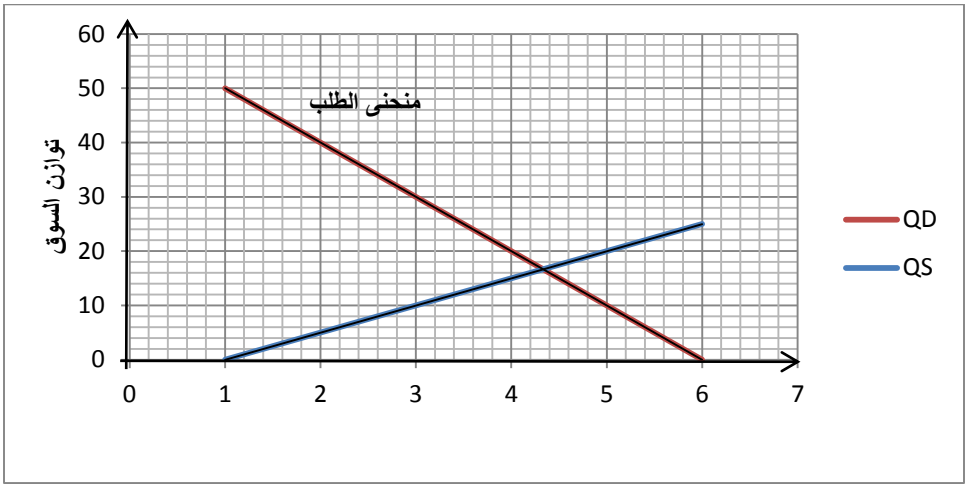
$Q_D = Q_S$

$60 - 10\,P = -5 + 5\,P$

$60 + 5 = 5\,P + 10\,P$

$65 = 15\,P$

P = 13/3 = 4,33



حل التمرين الثالث:

لدينا : $Q_{D_i} = 8 - P$

$Q_D = Q_{D_i} - n$

حيث:

n : عدد المستهلكين في السوق.

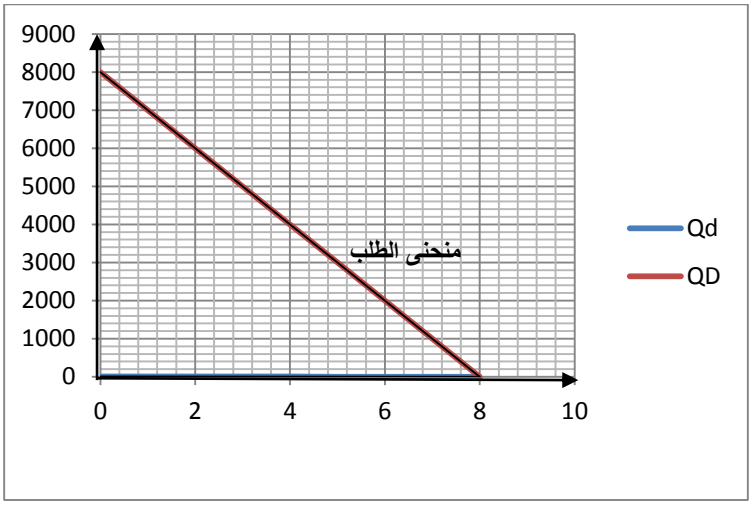
Q_{D_i}: دالة الطلب الفردي.

Q_D : دالة الطلب الكلي للسوق

ومنه: $QD = 1000.(8 - P)$

$$Q_D = 8000 - 1000.P$$

P	8	7	6	5	4	3	2	1	0
Qd	0	1	2	3	4	5	6	7	8
QD	0	1000	2000	3000	4000	5000	6000	7000	8000



نعوّض P في دالة العرض أو دالة الطلب نجد:

$$Q_D = 60 - 10P$$

$$Q_D = 60 - 10.\frac{13}{3}$$

$$Q_D = \frac{50}{3} = 16{,}66$$

حل التمرين الرابع:

	A	**B**
Px	12	10
Qx	30	50

* حساب مرونة الطلب السعرية من A ← B

لدينا: $Ep_x = \frac{\Delta Q_x\%}{\Delta Q_x\%}$

$$Ep_x = \frac{\frac{\Delta Q_x}{Q_x}}{\frac{\Delta P_x}{P_x}} = \frac{\Delta Q_x}{Q_x}.\frac{P_x}{\Delta P_x}$$

$$Ep_x = \frac{\Delta Q_x}{\Delta P_x}.\frac{P_x}{Q_x}$$

$$Ep_x = \frac{50-30}{10-12}\ x\ \frac{12}{30}$$

$$= \frac{20}{-2}\ x\ \frac{12}{30} = \frac{12}{-3}$$

$$\mathrm{Ep_x} = -4$$

هذا يدل على أنّه كلّما ارتفع السعر بمقدار 1% كان الطلب على السلعة ينخفض ب4%. وبما أنّ المرونة أكبر من 1 فإنّ هذت يدلّ على أنّ الطلب مرن تمامًا.

*حساب مرونة الطلب السعرية من A ← B

$$\mathrm{Ep_x} = \frac{\Delta Q_x}{\Delta \mathrm{P_x}} . \frac{P_x}{Q_x}$$

$$\mathrm{Ep_x} = \frac{30-50}{12-10} . \frac{10}{50}$$

$$= \frac{-20}{2}\ x\ \frac{10}{50} = \frac{-10}{5} = -2$$

$$\mathrm{Ep_x} = -2$$

هذا يدلّ على أنه إذا ارتفع السعر بمقدار 1% فإنّ الطلب على الكمية Q_x ينخفض بمقدار 2% وبما أنّ قيمة المرونة أكبر من 1 فإنّ هذا يدلّ على أنّ الطلب مرن تمامًا.

*حساب مرونة القوس:

$$\mathrm{Ep_x} = \frac{\Delta Q_x}{\Delta P_x} = \frac{\frac{P_{x_1} + P_{x_2}}{2}}{\frac{Q_{x_1} + Q_{x_2}}{2}}$$

$$\mathrm{Ep_x} = \frac{\Delta Q_x}{\Delta \mathrm{P_x}} . \frac{P_{x_1} + P_{x_2}}{Q_{x_1} + Q_{x_2}}$$

$$\mathrm{Ep_x} = \frac{50-30}{10-12} . \frac{(12+10)}{(30+50)}$$

$$= \frac{20}{-2} . \frac{12}{30} = \frac{22}{80} = -2{,}75$$

$$\mathrm{Ep_x} = -2{,}75$$

هذا يعني أنّه كلّما ارتفع السعر بمقدار 1% فإنّ الطلب على الكمية Qx (السلعة) ينخفض بمقدار 2,75%. وبما أنّ $Ep_x >$ 1 فإنّ هذا يدلّ على أنّ الطلب مرن تمامًا

حل التمرين الخامس:

P_y	12	10
Q_x	30	20
O_2	30	50

* إيجاد مرونة التقاطع للسلعة x بالنسبة لy

$$E_{P_y/x} = \frac{\Delta Q_x}{\Delta P_y} = \frac{P_y}{Q_x}$$

$$E_{P_y/x} = \frac{20-30}{10-12} \cdot \frac{12}{30}$$

$$= \frac{-10}{-2} \cdot \frac{2}{30} = 2$$

$$E_{P_y/x} = 2$$

نستنتج أنّ السلعتين x و y هما سلعتان بديلتان لأنّ كمية المرونة التقاطعية موجبة $E_{P_y/x} = 2 > 1$

*إيجاد مرونة التقاطع للسلعة z بالنسبة ل y.

$$E_{P_y/z} = \frac{\Delta Q_z}{\Delta P_y} = \frac{P_y}{Q_z}$$

$$E_{P_y/z} = \frac{50-30}{10-12} \cdot \frac{12}{30}$$

$$= \frac{20}{-2} \cdot \frac{12}{30} = -4$$

$$E_{P_y/z} = -4$$

وبالتالي نستنتج أن السلعتان z و yهما سلعتان مكملتان لأنّ المرونة التقاطعية سالبة أي: $E_{P_y/z} = -4 < 0$

التمرين السادس:

لدينا $Q_x = P_x^{-0,5}.P_y^{0,5}.R^{0,6}$.

حساب المرونة السعرية:

$$\mathrm{Ep_x} = \frac{\Delta Q_x}{\Delta \mathrm{P_x}}.\frac{P_x}{Q_x}$$ ← متغير متقطع

$$\mathrm{Ep_x} = \frac{\mathrm{d}Q_x}{\mathrm{dP_x}}.\frac{P_x}{Q_x}$$ ← متغير مستمر

$$\mathrm{Ep_x} = \frac{\mathrm{d}Q_x}{\mathrm{dP_x}}.\frac{P_x}{Q_x}$$

$$* \ \frac{dQ_x}{\mathrm{dP_x}} = \left(P_x^{-0,5}.P_y^{0,5}.R^{0,6}\right)'$$

$$\frac{\mathrm{d}Q_x}{\mathrm{dP_x}} = -0,5.P_x^{-1,5}.P_y^{0,5}.R^{0,6}$$

$$\mathrm{Ep_x} = -0,5.P_x^{-1,5}.P_y^{0,5}.R^{0,6}\ \frac{\mathrm{P_x}}{P_x^{-1,5}.P_y^{0,5}.R^{0,6}}$$

$$\mathrm{Ep_x} = -0,5$$ ← طلب غير مرن

هذا يدل على أنّه كلّما ارتفع السعر بمقدار 1% فإنّ الكمية المطلوبة تنخفض بمقدار 0,5 %.

*حساب مرونة التقاطع:

إيجاد مرونة التقاطع للسلعة z بالنسبة ل y.

$$E_{P_y/x} = \frac{\mathrm{d}Q_x}{\mathrm{d}P_v} = \frac{\mathrm{P_y}}{\mathrm{Q_x}}$$

$$\frac{dQ_x}{\mathrm{dP_x}} = \left(P_x^{-0,5}.P_y^{0,5}.R^{0,6}\right)'$$

$$\frac{\mathrm{d}Q_x}{\mathrm{dP_y}} = 0,5.P_y^{-0,5}.P_x^{-0,5}.R^{0,6}$$

$$E_{P_y/x} = \frac{\mathrm{d}Q_x}{\mathrm{d}P_y} = \frac{\mathrm{P_y}}{\mathrm{Q_x}}$$

$$= 0{,}5.P_x^{-0{,}5}.P_y^{-0{,}5}.R^{0{,}6}\ \frac{\mathrm{P_y}}{P_x^{-0{,}5}.P_y^{0{,}5}.R^{0{,}6}}$$

$$E_{P_y/x} = 0{,}5$$

وبما أنّ قيمة المرونة التقاطعية موجبة فإنّ هذا يدل على أن العلاقة ما بين السلعتان x وy فهي علاقة تبادلية.

$$E_{R/x} = \frac{\mathrm{d}Q_x}{\mathrm{d}R} = \frac{\mathrm{R}}{\mathrm{Q_x}}$$

$$\frac{dQ_x}{\mathrm{dR}} = \left(P_x^{-0{,}5}.P_y^{0{,}5}.R^{0{,}6}\right)'$$

$$.\frac{\mathrm{d}Q_x}{\mathrm{dR}} = (P_x^{-0{,}5}.P_y^{0{,}5}.0{,}6.R^{-0{,}4}$$

$$E_{R/x} = P_x^{-0{,}5}.P_y^{0{,}5}.0{,}6.R^{-0{,}4}\ \frac{\mathrm{R}}{P_x^{-0{,}5}.P_y^{0{,}5}.R^{0{,}6}}$$

$$E_{R/x} = 0{,}6$$

بما أنّ المرونة الدخيلة أكبر من 0 فإنّ هذا يعني أنّ السلعة x سلعة عادية وبما أنها $0 < \mathrm{ER_4} > 1$ فإنّ هذا يعني أنّها سلعة ضرورية

نظرية الإنتاج

يعتبر الإنتاج من أهم مراحل النشاط الاقتصادي، فمن دونه لا يمكن اشباع الحاجات والرغبات الإنسانية، حيث تتوقف القدرة على اشباع هذه الحاجات المتجددة على حجم الإنتاج من السلع والخدمات، كما أن ارتفاع مستوى نصيب الفرد من الناتج القومي، يعد دليلا قويا على ارتفاع مستوى المعيشة في احدى الدول، ومؤشرا مهما على تقدمها اقتصاديا اجتماعيا وثقافيا.

ضف إلى ذلك تقاس القوة الاقتصادية للدول بالقدرات والإمكانيات الإنتاجية التي تملكها، والمتمثلة في الأصول الإنتاجية من آلات ومصانع ومنشآت وأراضي قابلة للزراعة وخدمات طبيعية وطاقات فكرية وعلمية وتقنية.[1]

إن المنتج العقلاني هو الذي يسعى لتحقيق أكبر ربح ممكن في حدود إمكانياته الإنتاجية التي تتمثل في المبلغ المخصص للاستثمار في الميزانية، وأسعار عناصر الإنتاج السائدة في السوق، ولن يتحقق ذلك إلا بتدنية التكاليف إلى أدنى حد ممكن، وذلك عن طريق الاستخدام الأمثل لعناصر الإنتاج، ضف إلى ذلك أن المزج الأمثل لهذه العناصر يتحقق عندما تمزج هذه العناصر بالنسب التي تحقق كمية معينة من الإنتاج بأقل تكلفة ممكنة، ولهذا يمكن القول أن نظرية الإنتاج تدرس المشروع القائم بعملية الإنتاج، طبيعته سواء عام أو خاص، دافعه وهو الربح وظروف السوق الذي يعمل بداخله، هل هو سوق احتكارية أو تنافسية أو ما بينهما.[2]

1. تعريف الإنتاج:

إن عملية الإنتاج مصطلح علمي اقتصادي لديه الكثير من المعاني والدلالات، ويمكن تعريفها على أنه عملية خلق المنافع أو اضافة منافع جديدة لشيء ما، كما يعرف بأنه عملية خلق القيم أ إضافة قيم جديدة لشيء ما.

كما أن الإنتاج هو عملية موائمة الموارد المتاحة لإشباع الحاجات، والرغبات الإنسانية، وهو أيضا خلق السلع والخدمات التي تشبع الحاجات، حيث أنّ انتاج أيه سلعة يتطلب تعاون وتظافر عناصر الإنتاج.

2. دالة الإنتاج:

إن قرارات الإنتاج التي تحدد ماذا ننتج؟ كيف ننتج؟ وبأي الكميات ننتج؟ تتخذ في الوحدات الإنتاجية التي لها شكل قانوني سواء كانت شركات أو مؤسسات مساهمة...إلخ. حيث تقوم هذه الشركات بمزج العناصر الإنتاجية المدخلات Input وتحويلها إلى منتجات نهائية (مخرجات Quput)، ومن أجل القيام بالعملية الإنتاجية يجب توفر

1-د. عابد فضيلة، د. رسلان خضور، مرجع سبق ذكره، ص 199.

2-د. البشير عبد الكريم، مرجع سبق ذكره، ص171.

عناصر الإنتاج و التي تقسم أو تصنف غالبا إلى أربعة أصناف رئيسة: العمل، رأسا لمال، الأرض والموارد طبيعية، والتنظيم.

وكما سبق وقلنا تعنى دالة الإنتاج بالعلاقة بين المدخلات والمخرجات، حيث تحدد أقصى كمية ممكنة من الإنتاج الممكن الحصول عليه، وتحديد أقل توليفة ممكنة من المدخلات أو عناصر الإنتاج لإنتاج الكمية المستهدفة من المخرجات.

ويمكن تعريف دالة الإنتاج على أنها ذلك التغيير الكمي للعلاقة التي تجمع بين حجم الإنتاج النهائي من سلعة معينة، وبين كمية خدمات عوامل الإنتاج التي تضافرت لإنتاج هذه السلعة، كما أن دالة الإنتاج لأية سلعة هي المعادلة أو الجدول أو الشكل الذي يوضح أعظم كمية من هذه السلعة يمكن أن تنتج، في وحدة من الزمن، من كل مجموعة من المدخلات باستخدام أفضل التقنيات الإنتاج المتاحة.

ولكتابة التعريف السابق في نموذج رياضي، فإنه يمكن أن نعبر عن ذلك بالعلاقة الرياضية التالية:

$$PT = Q = f(K, L, T, O)$$

حيث أنّ:

Qأو PT : يمثل الإنتاج الكلي. L : تمثل عنصر العمل

f : تمثل الدالة أو العلاقة. O : تمثل عنصر التنظيم.

K : تمثل رأس المال. T : تمثل عنصر الأرض.

تمثل هذه الدالة العلاقة بين المقادير المستخدمة من عوامل الإنتاج و المقادير أو الكميات المنتجة غير أنه و لتبسيط هذه العلاقة سوف نفترض أن دالة الإنتاج أو حجم الإنتاج يتوقف على الكميات المستخدمة من عاملين فقط هما العمل (L) و رأس المال (K) وبالتالي تصبح دالة الإنتاج من الشكل:

$$PT = Q = f(K, L)$$

3. المشتقات والإنتاجيات:

إن من خصائص دالة الإنتاج أنها وحيدة القيمة ومتصلة ولها مشتقة أولى وثانية متصلة هي الأخرى وهذا بسبب قابلية التجزئة لعناصر الإنتاج والسلعة، ومن هنا يبدو أن هناك الكثير من المؤشرات التي يمكن حسابها والتي تساعد على اتخاذ القرارات الخاصة بإضافة مورد أو التخفيض منه.[1] ومن بين هذه المؤشرات نجد:

1- د. مصطفى قريد، محاضرات في مقياس الاقتصاد الجزئي، جامعة محمد بوضياف، المسيلة، الجزائر، 2017/2016، ص 54

1.3 الإنتاج الكلي PT/Q:

يشير الإنتاج الكلي إلى قياس المخرجات الكمية الناتجة عن استخدام كميات معينة من عناصر الإنتاج، ويعرف كذلك على أنه إجمالي الناتج المتحصل عليه من استخدام عناصر الإنتاج المختلفة في العملية الإنتاجية خلال فترة زمنية معينة وقد يعرف أحيانا أنه مجموع الإنتاجية الحدية، ويشير إلى الإنتاج الكلي بالعلاقة التالية:

$$PT = Q = f(K, L)$$

2.3 الإنتاج المتوسط PM:

يعرف الإنتاج المتوسط على أنه متوسط نصيب العنصر الإنتاجي من إجمالي الناتج الكلي أي أنه عبارة عن حاصل قسمة الناتج الكلي على عدد وحدات العنصر الإنتاجي، أو يعرف كذلك على أنه المساهمة المتوسطة لوحدة من عنصر الإنتاج المستخدم في العملية الإنتاجية، وهو عبارة عن حاصل قسمة الإنتاج الكلي Q على عدد وحدات العنصر المستخدم وبالتالي لدينا:

- الناتج المتوسط لعنصر العمل هو: $PML = \frac{Q}{L} = \frac{PT}{L}$
- الناتج المتوسط لعنصر رأس المال: $\mathrm{PMK} = \frac{Q}{K} = \frac{PT}{K}$

3.3 الناتج الحدي Pm:

يعرف الإنتاج الحدي على أنه معدل التغير في الناتج الكلي نتيجة تغير عنصر الإنتاج بوحدة واحدة و يعرف كذلك على أنه تلك الزيادة في الإنتاج الكلي نتيجة إضافة وحدة واحدة من المورد المستخدم، أو هو عبارة عن مقدار مساهمة الوحدة الإضافية أو الأخيرة من العمل في الإنتاج، ويمكن حسابه عن طريق قسمة التغير في حجم الإنتاج على التغير في عدد الوحدات المستخدمة من العنصر الإنتاجي المستخدم في العميلة الإنتاجية، وتجدر الإشارة إلى أن دالة الإنتاج يمكن أن تكون متقطعة أو غير مستمرة عند جميع النقاط التي يأخذها عنصر الإنتاج، ويمكن أن تكون دالة مستمرة وبالتالي يمكن صياغة دالة الإنتاج الحدي كما يلي:

- الناتج الحدي لعنصر العمل: $PmL = \frac{\Delta Q}{\Delta L} = \frac{df(L)}{dL}$
- الناتج الحدي لعنصر رأس المال: $PmK = \frac{\Delta Q}{\Delta K} = \frac{\Delta f(K)}{\Delta K}$

مثال:

ليكن لدينا دالة الإنتاج التالية: $Q = f(K.L) = 24KL - 10K^2 - 8L^2$

المطلوب:

أوجد دوال الإنتاج الكلي **PT**، المتوسط **PM**، والحدي **Pm** ؟

- إيجاد الناتج الكلي **PT**:

دالة الإنتاج الكلي**PT** هي نفسها الدالة **Q** أي $PT = Q = 24K.L - 10K^2 - 8L^2$

*إيجاد دوال الإنتاج المتوسط **PM**:

- دالة الإنتاج المتوسط لعنصر العمل: $PML = \frac{Q}{L} = \frac{24KL-10k^2-8L^2}{L}$

$$\mathrm{PML} = 24.\mathrm{K} - \frac{10K^2}{L} - 8L$$

- دالة انتاج المتوسط لعنصر رأس العمل: $PMK = \frac{Q}{K} = \frac{24K.L-10K^2-8L^2}{K}$

$$\mathrm{PMK} = 24.\mathrm{L} - \frac{10L^2}{K} - 10K$$

- إيجاد دوال الناتج الحدي **PM**:
  - دالة الإنتاج الحدي لعنصر العمل: $PmL = \frac{dQ}{dL} = 24K - 16L$
  - دالة الناتج الحدي لعنصر رأس المال: $PmK = \frac{dQ}{dK} = 24L - 20K$

4. دالة الانتاج في المدى القصير:

ان التحليل الاقتصادي في الفترة القصيرة يعني أنه لا يمكن حدوث تغيير في احدى أو بعض عناصر الانتاج بحيث يمكن اعتبارها كثوابت، أي أن الانتاج لا يمكن تعديله (الزيادة) الا تحت تأثير تغير الكميات المستخدمة من أحد أو بعض عناصر الانتاج القابلة لتغيير خلال هذه الفترة، حيث ينطلق تحليل دالة الانتاج في المدى القصير من فرضية وجود عنصر انتاج متغير وحيد والذي غالبا ما يكون العمل (**L**)، ووجود عنصر ثابت و هو رأس المال(**K**)، كما يفترض امكانيات استخدام عناصر الانتاج بعدة توليفات من أجل انتاج سلعة ما، أي امكانية إحلال عنصر العمل محل رأس المال و العكس.

ولتوضيح ذلك، سوف نستعين بالجدول الموالي والذي يوضح حجم الانتاج، لمنتج القمح، والذي يتغير بإضافة وحدات متتالية ومتساوية من عنصر العمل (**L**) بالإضافة الى كمية ثابتة من عنصر الأرض (**K**).

الانتاج الكمي Q	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
عنصر الأرض K	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
عنصر العمل L	0	20	50	90	120	140	150	150	140	120

المطلوب:

1-احسب كل من الانتاج المتوسط، والإنتاج الحدي؟

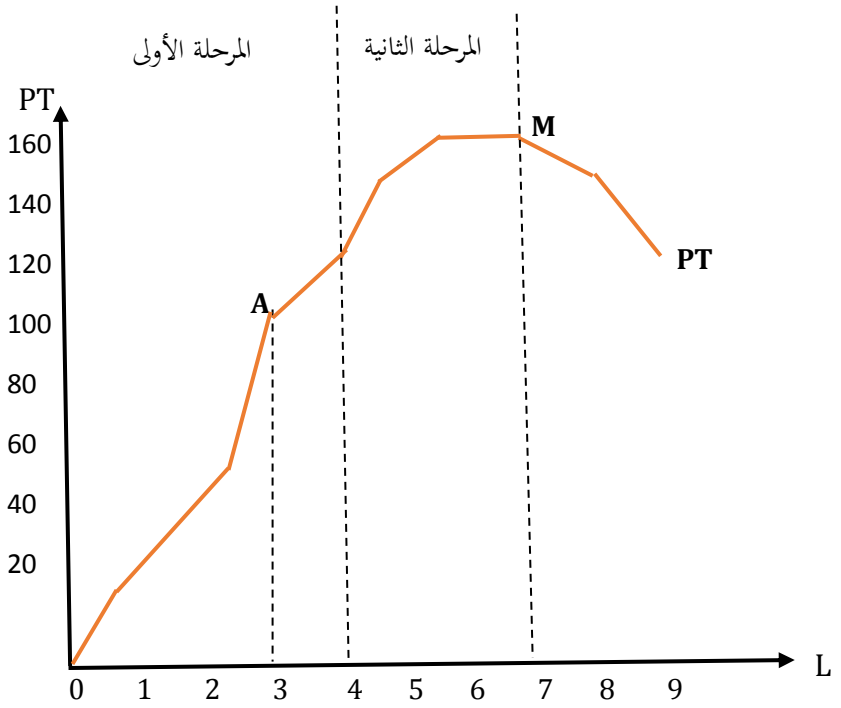
2-مثل بيانيا منحنيات الناتج الكلي **PT**، الحدي **Pm**، المتوسط **PM**؟

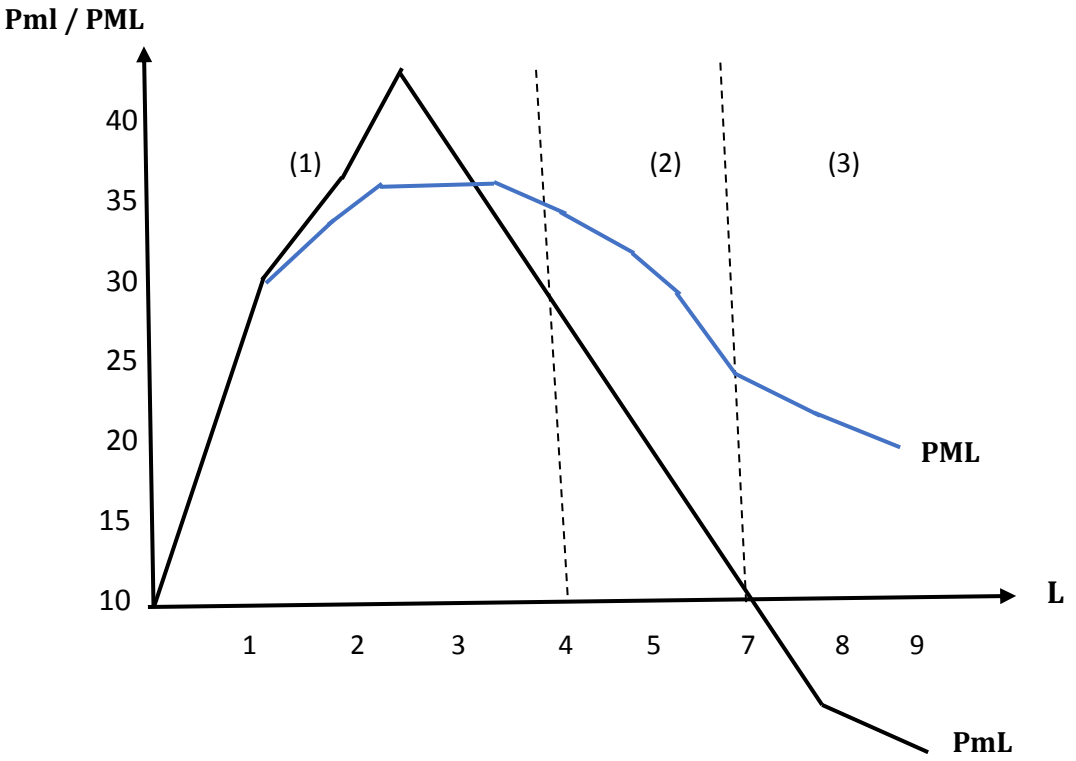
الحل:

1-ايجاد دوال الناتج الكلي **PT**، الحدي **Pm**، المتوسط **PM**

عنصر العمل **L**	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
عنصر الأرض **K**	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
الانتاج الكلي	0	20	50	90	120	140	150	150	140	120
الناتج المتوسط	--	20	25	30	30	28	25	21.4	17.5	13.33
الإنتاج الحدي PmL	0	20	30	40	30	20	10	0	10-	20-

2-التمثيل البياني لمنحنيات الناتج الكلي **PT**، الحدي **Pm**، المتوسط **PM**:





بناءا على معطيات الجدول السابق، والشكلين أعلاه يميز الاقتصاديين بين ثلاثة مراحل للإنتاج والمتمثلة فيما يلي:

- **المرحلة من [L=0,L=4]**: و تسمى بمرحلة تزايد الغلة، والملاحظ في هذه الفترة هو زيادة الإنتاج الكليPT بوتيرة متسارعة، ونفس الأمر ينطبق على منحنى الناتج المتوسط PM، وأيضا منحنى الناتج الحدي الذي يكون يتزايد هو كذلك بزيادة أو إضافة عمال جدد إلى غاية أن يصل إلى حده الأقصى (عند النقطة (L=3 ثم يعود بعدها في الانخفاض، وبالتالي فان هذه النقطة تمثل نقطة انعطاف لمنحنى الناتج الكلي PT، والذي يستمر في الزيادة ولكن بمعدلات متناقصة، وهذا يعني أن نقطة الانعطاف تعبر عن تغير مردود الغلة (الحجم). أما منحنى الناتج المتوسط فهو كذلك يتزايد الى غاية أن يصل إلى حده الأقصى (عند النقطة L=4)، أي يتقاطع في هذه النقطة مع منحنى الناتج الحدي Pm، والتفسير الاقتصادي لهذه المرحلة هو أن عنصر رأس المال (الأرض) في هذه المرحلة يكون متوفرا مقارنة بعدد العمال بوفرة.
- **المرحلة الثانية**: و تسمى أيضا مرحلة تناقص الغلة، وهي محصورة في المجال [L=4,L=7] حيث يبدأ الإنتاج الحدي Pm يتناقص مع زيادة عدد العمال، كون أن عدد العمال أصبح لا يتناسب مع رأس المال K(الأرض) ويستمر على هذه الحالة إلى غاية انعدامه في النقطة L=7، أما منحنى الناتج الكلي فيستمر في الارتفاع ولكن بمعدلات متناقصة إلى غاية أن يصل إلى حده الأقصى عند النقطة (M) والتي توافق نقطة انعدام الناتج الحدي

Pm، ويعني ذلك أنه عند هذه النقطة فإن زيادة أي عامل لن تضيف أي شيء بالنسبة للإنتاج الكلي، أما منحنى الناتج المتوسط PM فإنه ينخفض في هذه المرحلة و لكن ببطئ وبقيم موجبة.

- **المرحلة الثالثة:** وتسمى مرحلة الغلة السالبة في المجال [L=7,L=∞]، وهي تبدأ من نقطة انعدام الإنتاجية الحدية (Pm=0) أو نقطة أعظمية الإنتاج الكلي PT، وفي هذه المرحلة فإن عنصر رأس المال يصبح أقل كثير مقارنة بعنصر العمل (L)، حيث أن أية زيادة في عدد العمال سوف تؤدي إلى انخفاض الإنتاج الكلي أو تصبح الإنتاجية الحدية سالبة، ومرد ذلك أن أية زيادة في عد العمال سوف تؤدي إلى الازدحام و العرقلة في العمل.

➢ **قانون تناقص الغلة:**

لقد استنتجنا من المثال السابق مصطلح قانون تناقص الغلة والذي ينص على أنه كلما استخدمنا وحدات متتالية من العنصر الإنتاجي المتغير مع كمية ثابتة من العناصر الإنتاجية الأخرى، فإن الناتج الكلي يتزايد في البداية بمعدل متزايد ثم بكميات متناقصة في آخر الأمر.

ويمكن تفسير ظاهرة تناقص الغلة بفكرة نسب المزج الأمثل التي تعني نسبة مزج مثلى بين عناصر الإنتاج الثابتة والمتغيرة المستخدمة في أية عملية إنتاجية وعندما يصل المنتج إلى هذه النسبة المثلى، يكون الناتج الحدي قد وصل إلى حده الأقصى (نقطة انعطاف).

وبالرجوع إلى المثال السابق فإن نسبة المزج بين العمل (عنصر متغير)، والأرض (عنصر ثابت) هي عند النقطة L=3، فقبل الوصول إلى هذه النقطة فإن كل وحدة من عنصر العمل يتم اضافتها إلى عنصر رأس المال (الأرض) تضيف إلى الإنتاج الكلي مقدارا أكبر من الذي تضيفه وحدة عنصر العمل السابقة.

بعبارة أخرى فإن الإنتاج الحدي يكون متزايد، قبل الوصول إلى هذه النقطة، وبعدها فان كل عامل إضافي يتم استخدامه على رأس المال سيضيف إلى الإنتاج الكلي مقدار أقل مما أضافه العامل السابق بمعنى أن الناتج الحدي يكون متناقصا.

ويمكن تفسير ذلك بأنه في المرحلة الأولى وقبل الوصول إلى تلك النقطة تكون خدمات عنصر العمل المستخدمة على قطعة الأرض الثابتة غير كافية، وبالتالي فإن أية إضافات من عنصر العمل تؤدي إلى زيادة الإنتاج الكلي بمعدل متزايد، ويستمر هذا الأمر حتى نصل إلى نسبة المزج المثلى وبعدها نجد أن إضافة أية عامل سوف تصبح أكبر من اللازم وذات وفرة نسبية مما يقلل من كفاءتها وبالتالي يترتب عن ذلك زيادة الإنتاج الكلي بمعدل تناقص.

مثال2:

ليكن لدينا دالة الإنتاج التالية: $Q = 30LK + 12L^2K - L^3$

بافتراض أن رأس المال K ثابت ولا يمكن تغييره، حيث أن قيمته تقدر بوحدة نقدية واحدة.

المطلوب:

1-أوجد الإنتاجية الكلية **PT**، الحدية **Pm**، والمتوسطة **PM**؟

2-احسب قيمة العمل عند نقطة انعطاف؟

3-احسب قيمة العمل عند تقاطع الإنتاجية المتوسطة **PM** مع الإنتاجية الحدية **Pm**؟

4-احسب قيمة العمل عندما يكون الإنتاج الكلي **PT** في حده الأقصى؟

الحل:

1-إيجاد قيمة الإنتاجية الكلية **PT**، الحدية **Pm**، المتوسط **PM**:

-الإنتاج الكلي: $PT = Q = 30LK + 12L^2K - L^3$

و لكن لدينا: **K=1** وبالتالي: $PT = Q = 30L + 12L^2 - L^3$

الانتاج المتوسط: $PML = \frac{Q}{L} = \frac{30L+12L^2-L^3}{L} = 30 + 12L - L^2$

الإنتاج الحدي: $PmL = \frac{dQ}{dL} = 30 + 24L - 3L^2$

2-حساب قيمة العمل عند نقطة الانعطاف:

عند نقطة الانعطاف تكون الإنتاجية الحدية في حدها الأقصى أي $PmL' = 0$

$PmL' = 24 - 6L = 0 \Rightarrow \quad L = 4$

3-حساب قيمة العمل عند نقطة تقاطع الإنتاجية الحدية مع المتوسطة:

عند التقاطع لدينا: $PML' = 0$ أو $PmL = PML$

$PML' = 12 - 2L = 0 \Rightarrow L = 6$

4-حساب قيمة العمل عندما يكون الإنتاج الكلي في حده الأقصى:

عندما تكون الإنتاجية الكلية في حدها الأقصى، يكون الإنتاج الحدي معدوما أي:

$$PmL = 0$$

$$30 + 24L - 3L^2 = 0$$

$$\Delta = 936 \quad \sqrt{\Delta} = 30.59$$

$$L_1 = \frac{-24 - 30.59}{-6} = 9.09 \text{ و} \left(\text{مقبول}\right) \qquad L_2 = \frac{-24 + 30.59}{-6} = -1.09 (\text{مرفوض})$$

5. تحليل دالة الإنتاج في المدى الطويل:

إن المدى الطويل أو البعيد، هو الفترة الزمنية الكافية لتغيير كميات جميع عناصر الإنتاج، وهي من هذا المنطلق تسمى بالمدى التخطيطي الذي يسمح باختيار أو تغيير حجم المصنع أو حجم النشاط أيّا كان نوعه، حيث يتوجب علينا في هذه الفترة خاصة بما أن كميات جميع عناصر الإنتاج تكون قابلة للتغيير أن ننظر في العلاقة بين الإنتاج الكلي والتغيير في كميات عناصر الإنتاج مجتمعة، و هي بذلك تختلف عن التحليل السابق، والذي كنا نركز فيه على دراسة علاقة الإنتاج الكلي بالتغير في كميات عنصر انتاج واحد فقط، مع افتراض ثبات كميات عناصر الإنتاج الأخرى أو سوف نستعين هنا بقانون غلة الحجم ومنحنيات الناتج المتساوي لتبيان أثر التغير في كميات عناصر الإنتاج مجتمعة على الإنتاج الكلي.

1.5 العائد على الحجم (غلة الحجم):

لقد سبق وقلنا أنه في المدى الطويل تكون جميع عناصر الإنتاج متغيرة، وعند زيادة جميع عناصر الإنتاج بنسبة معينة أي عند زيادة حجم العملية الإنتاجية، يزداد الإنتاج الكلي كما هو متوقع و يطلق على هذه الزيادة العائد على الحجم.

والسؤال الذي يهمنا هو هل يزيد الإنتاج في هذه الحالة بنسب متماثلة لنسبة الزيادة في عناصر الإنتاج (الزيادة في الحجم)، أو بنسبة أقل؟ أو بنسبة أكبر؟ والإجابة هي أن الأمر يختلف باختلاف نوعية النشاط الإنتاجي ولنفس النشاط تبعا للتقنية المستخدمة في الإنتاج.

وعموما هناك ثلاثة احتمالات لغلة الحجم وهي:

- **العائد على الحجم الثابت (ثبات غلة الحجم)**: في حالة دالة الإنتاج ذات غلة الحجم الثابتة فإن زيادة جميع العناصر الإنتاجية بنسبة معينة تؤدي إلى زيادة في الإنتاج الكلي بنسب متماثلة فزيادة كل من **L** و **K** بنسبة **10**% مثلا يؤدي إلى زيادة الإنتاج الكلي ب **10**%
- **العائد المتزايد على الحجم (تزايد غلة الحجم)**: يكون العائد على الحجم متزايد إذا كانت زيادة جميع عناصر الإنتاج بنسبة معينة، تؤدي إلى زيادة الإنتاج الكلي بنسبة أكبر كأن تؤدي مثلا زيادة جميع عناصر الإنتاج بنسبة**10**% إلى زيادة الإنتاج الكلي ب **15**% .
- **العائد المتناقص على الحجم (تناقص غلة الحجم)**: في حالة العائد المتناقص على الحجم تؤدي الزيادة في الكميات المستخدمة من جميع عناصر الإنتاج بنسبة معينة إلى زيادة الإنتاج الكلي بنسبة أقل فزيادة أعداد

العمال والمقادير المستخدمة من رأس المال بنسبة **10**% مثلا تنعكس على زيادة الإنتاج الكلي ولكن بنسبة أقل ولتكن **7**% مثلا.

وعموما فإن معرفة طبيعة العائد على الحجم من حيث الثبات أو التزايد أو التناقص، تعد من المعلومات ذات الأهمية القصوى بالنسبة لاتخاذ القرارات الخاصة باختيار حجم المنشأة، ولهذا نجد العديد من المنشآت الكبرى في عالمنا المعاصر تتجه نحو الاندماج مع منشآت أخرى أو الاستحواذ عليها حتى ولو كانت أصغر، والتي تهدف من خلالها المنشآت إلى استغلال ميزات الحجم في خفض التكاليف وزيادة الأرباح.

2.5 منحنيات الناتج المتساوي:

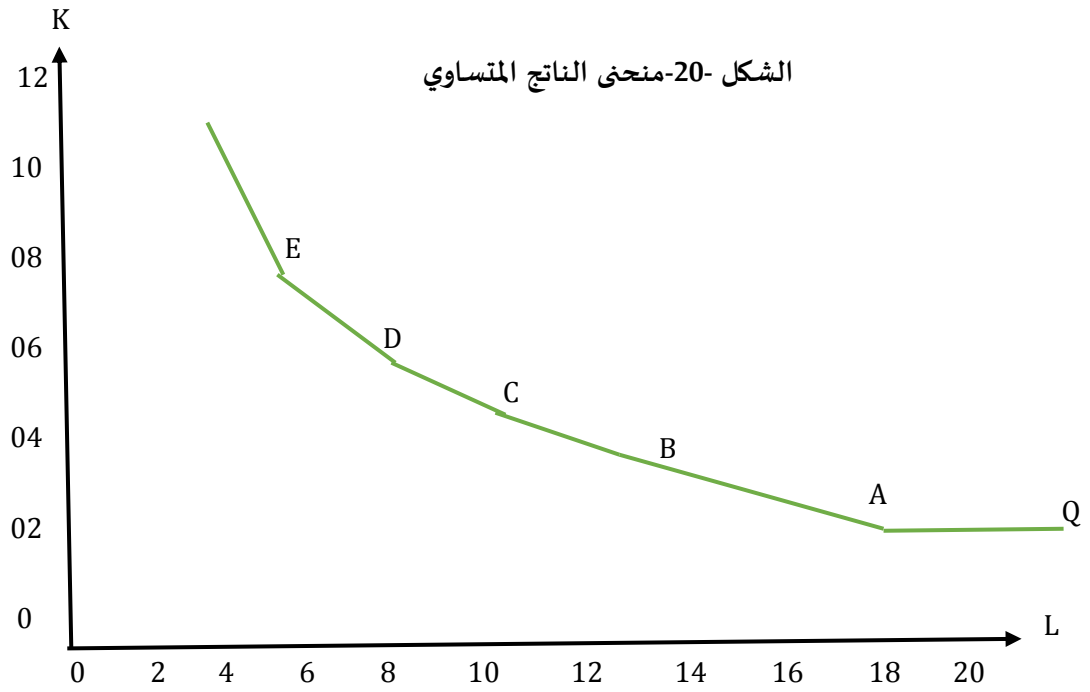
يمكن للمؤسسة أو المنشأة أن ترفع من انتاجيتها باستخدام المزيد من عنصري الإنتاج المتغيرين والقابلين للإحلال مع بعضهما البعض خلال العملية الإنتاجية، فبافتراض إمكانية إحلال عنصر رأس المال **K** محل عنصر العمل **L**، أي افتراض إمكانية الاحلال بين عناصر الإنتاج، وإمكانية تجزئة وحدات العنصر الإنتاجي إلى وحدات صغيرة، بحيث يمكن استخدام كلا العنصرين **K**و **L** بنسب مزج مختلفة للحصول على نفس المستوى من الإنتاج، وأن هناك عدد لا نهائي من هذه النسب يمكن استخدام منحنيات الناتج المتساوي.

يمثل منحنى الناتج المتساوي التوافيق المختلفة من عوامل الإنتاج (العمل رأس المال) التي تنتج نفس المقادير من الإنتاج، أو هو منحنى أو محل هندسي لمجمل التوليفات المختلفة من العمالة **L** ورأس المال **K**، التي يمكن للمنشأة أن تستخدمها للحصول على نفس مستوى الإنتاج.

مثال:

لإنتاج **2000** وحدة من السلعة **Q**، يستخدم المنتج مجموعة من التوليفات المختلفة من عنصري الإنتاج **L** ورأس المال **K** والتي يمكن توضيحها كما يلي:

التوافيق(المزج)بين العمل ورأس المال	عنصر رأس المال K	عنصر العمل L	حجم الإنتاج Q
A	2	20	2000
B	4	12	2000
C	6	8	2000
D	8	6	2000
E	10	4	2000

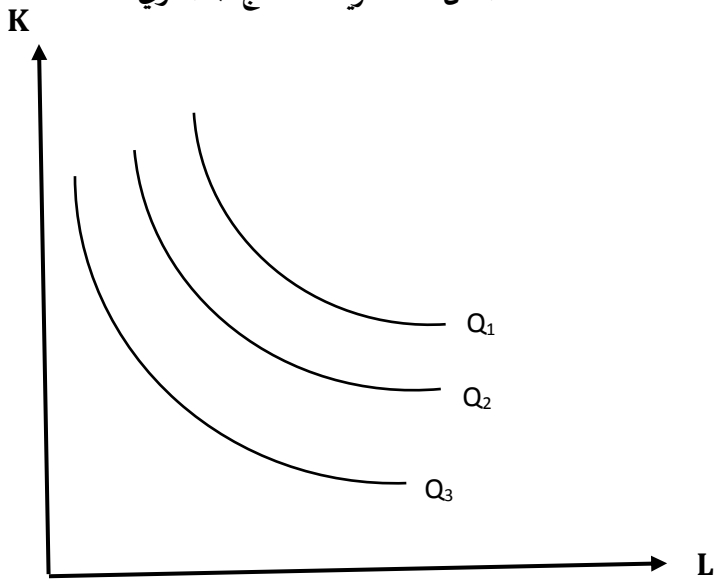


الشكل -20-منحنى الناتج المتساوي

من خلال الشكل أعلاه نلاحظ أن كل توفيقة من التوفيقات الخمس الموجودة على منحنى الناتج المتساوي، تساهم في تحقيق نفس مستوى الإنتاج (Q=2000)، وهناك أيضا توفيقات أخرى يمكن أن تعطي نفس القدر من الإنتاج طالما أن هناك إمكانية إحلال عنصر بعنصر، ويتشابه منحنى الناتج المتساوي عند المنتج مع منحنى السواء عند المستهلك في عدة خصائص يمكن إبرازها فيما يلي:

- ينحدر منحنى الناتج المتساوي من الأعلى إلى الأسفل نحو اليمين إلى اليسار وهذه الخاصة تعني أنه ذو ميل سالب ويمكن تفسير ذلك أيضا بقانون تناقص الغلة.
- منحنى الناتج المتساوي مقعر أو محدب نحو نقطة الأصل، وكل هذا بسبب تناقص المعدل الحدي للإحلال الفني.
- منحنيات الناتج المتساوي لا تتقاطع، ذلك أنها تقوم على فكرة أن كل منها يمثل مستوى إنتاج معين يختلف عن الآخر، وفي حال تقاطعت فإن هذا يعني أن كل منها يمثل المستوى نفسه وهو مخالف للمنطق.
- خريطة الناتج المتساوي: وهي عبارة عن مجموعة من منحنيات الناتج المتساوي التي تناظر مستويات مختلفة من الإنتاج، حيث كلما ابتعد المنحنى الناتج المتساوي عن نقطة الأصل، كلما كان مستوى الإنتاج أكبر والعكس كلما اقترب من نقطة الأصل كان الإنتاج أقل.

الشكل -20-خريطة الناتج المتساوي



3.5 المعدل الحدي للإحلال الفني TMST:

عندما ينتقل المنتج من نقطة إلى أخرى على منحنى الناتج المتساوي، فإن تركيبة أو توفيقة عناصر الإنتاج تتغير حيث يقوم بإحلال عنصر إنتاج مكان آخر، ولهذا بعرف المعدل الحدي للإحلال الفني على أنه يتمثل في عدد الوحدات من عنصر انتاجي معين التي تحل محل وحدة واحدة من عنصر إنتاجي آخر من أجل المحافظة على نفس كمية الإنتاج من سلعة معينة، ولهذا يمكن التعبير عنها كما يلي: $Tmst = \frac{\Delta K}{\Delta L}$

فمثلا أن عدنا للشكل-20-نجد أن المنتج إذا أراد الانتقال مثلا من النقطة D إلى B فإن:

$$Tmst = \frac{\Delta K}{\Delta L} = \frac{4-8}{12-6} = \frac{-4}{6} = \frac{-2}{3}$$

أي أن المنتج إذ ما أراد الانتقال من النقطة D إلى النقطة B فيجب عليه أن يتخطى عن وحدتين من رأس المال وتعويضها أو إحلالها ب 3 وحدات من عنصر العمل، مع مراعاة تكاليف كل من العمل ورأس المال، لأن المنتج يتخلى عن عنصر الإنتاج الذي يكلفه أكثر ليستبدله بعنصر انتاج يكلف أقل، وعندما تكون دالة الإنتاج معرفة قبلة للاشتقاق فإن المعدل الحدي للإحلال الفني يصبح يساوي:

$$Tmst = \lim_{\Delta L \to 0} \frac{\Delta K}{\Delta L} = \frac{dK}{dL}$$

وهي مشتقة رأس المال بالنسبة للعمل، وفي حالة التوازن فإن قيمة المعدل الحدي للإحلال عند نقطة التوزان تكون مساوية لميل منحنى الناتج المتساوي، وأيضا ميل خط التكاليف المتساوية كون أنهما متماسان عند هذه النقطة، وبالتالي تصبح قيمة المعدل الحدي للإحلال تساوي: $Tmst = \frac{PmL}{PmK} = \frac{-\Delta K}{\Delta L} = \frac{-PL}{PK}$

مثال:

إذا كان لدى منتج ما دالة انتاج من الشكل: $Q = f(K,L) = KL = 24$

المطلوب: أحسب قيمة المعدل الحدي للإحلال عندما يكون العمل يساوي 6 وحدات

الحل:

لدينا: $Q = 24 = KL$

معادلة منحنى الناتج المتساوي $K = \frac{24}{L}$

$$\text{Tmst} = \frac{\text{dK}}{\text{dL}} = \left(\frac{24}{L}\right)' = \frac{-24}{L^2} = \frac{-24}{36} = \frac{-2}{3}$$

إذن يجب على المنتج أن يتنازل عن وحدتين من عنصر رأس المال K للحصول على 3 وحدات أو لإحلالها ب 3 وحدات من عنصر العمل.

4.5 خط التكاليف المساوية:

يمكن تعريف خط التكاليف بأنها عبارة عن مجموعة من التراكيب أو التوفيقات من عنصري الإنتاج K وL التي ستوزع عليهما الميزانية المخصصة للإنفاق وبالأسعار السائدة في السوق، وهذا يعني أن الميزانية المخصصة للعملية الإنتاجية سوف تنفق كلها على عنصري الإنتاج العمل (L) ورأس المال (K)، بحيث تساوي الميزانية الكميات المشتراة من عناصر الإنتاج.

$$C = K.PK + L.PL$$

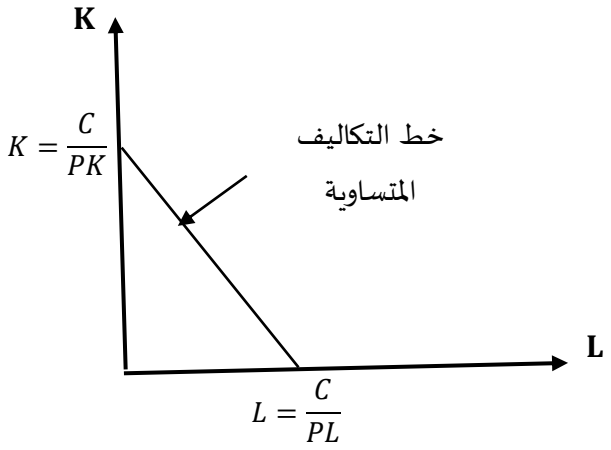
بحيث:

C : تمثل الانفاق أو الميزانية المخصصة للإنتاج.

K و L : تمثل عنصري الإنتاج العمل و رأس المال.

PL و PK : تمثل أسعار عناصر الإنتاج العمل و رأس المال.

ويتم رسم خط التكاليف المتساوية برسم نقطتين (A) و(B) بحيث تمثل النقطة الأولى فرضية استخدام المنتج لعنصر للإنتاج K فقط (L=0) وبالتالي فإن $K = \frac{C}{PK}$، أما النقطة الثانية فهي تمثل فرضية أن المنتج يستخدم عنصر العمل L فقط (K=0) و بالتالي فإن $L = \frac{C}{PL}$



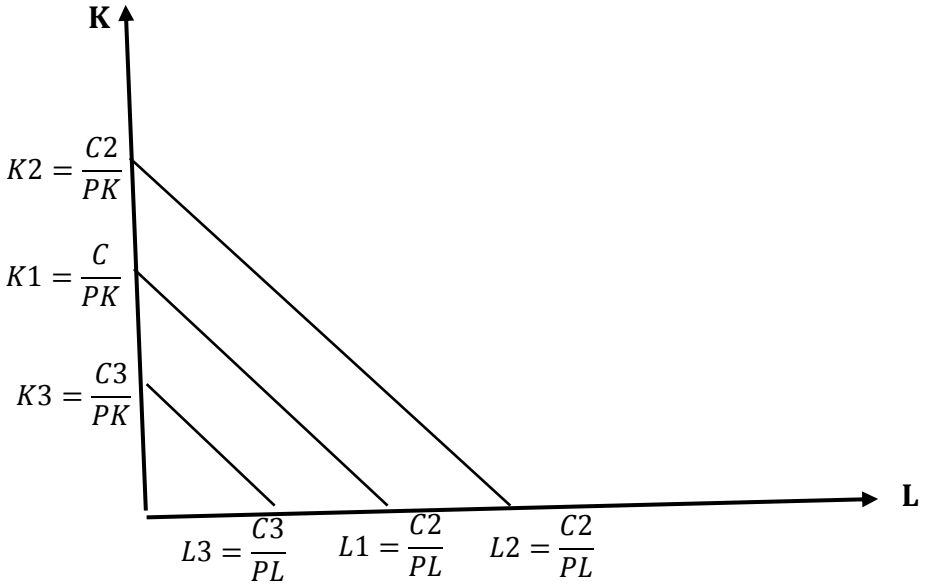
ملاحظة:

- ينحدر خط التكاليف المتساوية من اليسار إلى اليمين من الأعلى إلى الأسفل أي أنه ذو ميل سالب، حيث تكتب معادلة منحنى أو خط التكاليف المتساوية كالآتي: $C = K.PK + L.PL$

$$K = \frac{C}{PK} - \frac{PL}{PK}.L$$

حيث أن $\frac{-PL}{PK} = \alpha$ يمثل ميل خط التكاليف المتساوية ويمثل النسبة ما بين أسعار عناصر الإنتاج.

- بافتراض تغير حجم الاتفاق أو الميزانية المخصصة للإنتاج مع بقاء أسعار عوامل الإنتاج على حالها، فإن خط التكاليف المتساوية سوف ينتقل نحو الأعلى في حالة زيادة الانفاق، أما في حالة النقصان فسوف ينتقل نحو الأسفل(اليسار)بشكل موازي كون أن ميل الخط لم يتغير.



5.5 توازن المنتج:

إن الذي يهم المنتج هو البحث عن النقطة التي تمكنه من الإنتاج بأقل تكلفة، فهو يتمتع بميزانية يجب أن ينفقها من أجل الحصول على عناصر الإنتاج، ويجب ألا تتعدى ميزانيته تكلفة عناصر الإنتاج، فهو يبحث عن ترشيد الانفاق مثلما يفعل المستهلك، لأن المنتج إنما هو مستهلك لعناصر الإنتاج، فهدف المنتج إما تعظيم الإنتاج أو تدنية التكاليف، حيث سوف يختار الاستراتيجية الأولى عندما يكون مقيدا بالميزانية أي له مبلغ محدد يستثمره في الإنتاج، أو الاستراتيجية الثانية عندما يكون مقيدا بالإنتاج، ولا يمكنه بيع كمية من المنتوج تكون أكبر من مستوى معين، ويمكن توضيح النقطة التي يصل عندها المنتج، إلى التوازن كما يلي:

- **رياضيا:** إن تعظيم الإنتاج يعالج رياضيا بنفس الأسلوب الذي تمت به معالجة تعظيم المنفعة، فالمنتج سيختار التركيبة أو التوفيقة (**L،K**) التي تكلفه أقل استنادا إلى تكاليف كل من العمل **L** ورأس المال **K**، وذلك عن طريق:

شرطي التوازن: $C = K.PK + L.PL$ و $\frac{PmL}{PL} = \frac{PmK}{PK}$

➢ **طريقة لاغرانج:** هناك يوجد حالتين حالة التعظيم وحالة التدنية

$$\begin{cases} Q = f(K,L) & Max \\ C = K.PK + LPL & S/c \end{cases} \qquad \begin{matrix} Q = f(K,L) & S/C \\ C = K.PK + L.PL & \text{Min} \end{matrix}$$

إن طريقة تعظيم الإنتاج تحت قيد الميزانية أو تقليل التكاليف تحت قيد الإنتاج طريقتين متكافئتين، وسنقتصر في التحليل الرياضي على طريقة التعظيم، ولحل هذه المسألة ندخل دالة لاغرانج، ثم نحسب المشتقات الجزئية:

$$\mathcal{L} = f(K,L) + \lambda(C - K.PK - L.PL$$

$$\frac{d\mathcal{L}}{dL} = 0 \implies PmL + \lambda(-PL) = 0 \dots\dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{d\mathcal{L}}{dK} = 0 \implies PmK + \lambda(-Pk) = 0 \dots\dots\dots (2)$$

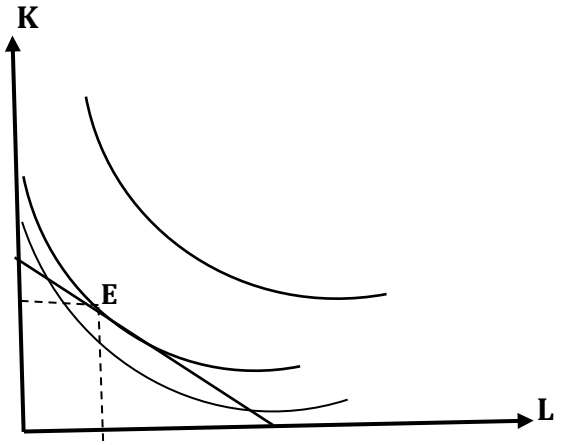
$$\frac{d\mathcal{L}}{d\lambda} = 0 \implies C - K.PK - L.PL = 0 \dots\dots (3)$$

بالمساواة بين المعادلتين (1) و (2) نستنتج:

$$\frac{PmL}{PMK} = \frac{PL}{PK}$$

بحساب جداء الوسطين في جداء الطرفين نجد المعادلة (4) والتي نقوم بتعويضها في المعادلة رقم (3)

- **بيانيا:** من أجل تحديد التوليفة المثلى بيانيا، الواجب استخدامها من عوامل الإنتاج نضع منحنيات الناتج المتساوي وخط التكاليف المتساوية في رسم بياني:



إن نقطة تماس منحنى الناتج المتساوي مع خط التكاليف المتساوية، هي التي تحدد التوليفة المثلى التي يجب استخدامها من عوامل الإنتاج العمل (**L**) ورأس المال (**K**) وهذا من أجل تحقيق أقصى انتاج ممكن في حدود الميزانية المتاحة، ومن الشكل البياني أعلاه نلاحظ أن هذه النقطة تتمثل في النقطة **E**.

كما يجب الاتفاق إلى أن نقطة التوازن تعكس المستوى الأمثل للإنتاج، فأي مستوى أكبر من هذا المستوى لا يمكن الوصول إليه نظرا للموارد المحدودة، وأي مستوى أقل منه يؤدي إلى الاستخدام الناقص للموارد أي تبديد للموارد.

مثال:

ليكن لدينا دالة انتاج من الشكل : $Q = f(K,L) = 4.K.L$

حيث أن أسعار الإنتاج رأس المال والعمل هي 5 و3 على التوالي، أما الميزانية المخصصة للإنتاج فتقدر ب 60 وحدة نقدية.

المطلوب: أوجد نقطة توازن هذا المنتج.

الحل:

*طريقة شرطي التوازن: الشرط الأول $\frac{PmL}{PL} = \frac{PmK}{PK}$

$$PmL = \frac{dQ}{dL} = 4K \qquad PmK = \frac{dQ}{dK} = 4L$$

$$\frac{4.K}{3} = \frac{4.L}{5}$$

$$5.K = 3.L \Rightarrow K = \frac{3}{5}L \ldots\ldots(1)$$

نعوض (1) في الشرط الثاني: $C = K.PK + L.PL$

$$60 = 5K + 3L$$

$$60 = \cancel{5}.\frac{3}{\cancel{5}}.L + 3L$$

$$60 = 6.L$$

$$\boldsymbol{L = 10} \qquad \boldsymbol{K = 6} \qquad \boldsymbol{Q = 240}$$

*طريقة لاغرانج:

$$\mathcal{L} = \mathrm{f(K,L)} + ƛ(\mathrm{C} - \mathrm{K.PK} - \mathrm{L.PL})$$

$$\mathcal{L} = (4.K.L) + ƛ(60 - 5K - 3L)$$

$$\frac{d\mathcal{L}}{dK} = 0 \;\Rightarrow\; 4.L + ƛ\,(-5) = 0 \;\Rightarrow\; ƛ = \frac{4.L}{5} \ldots\ldots(1)$$

$$\frac{d\mathcal{L}}{dL} = 0 \;\Rightarrow\; 4.K + ƛ\,(-3) = 0 \;\Rightarrow\; ƛ = \frac{4.K}{3} \ldots\ldots(2)$$

$$\frac{d\mathcal{L}}{dƛ} = 0 \;\Rightarrow\; 60 - 5.K - 3L = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots(3)$$

بالمساواة بين (1) و (2) نجد:

$$\frac{4L}{5} = \frac{4.L}{3}$$

$$K = \frac{3}{5}L \ldots\ldots(4)$$

نعوض (4) في (3) نجد:

$$(3) \Rightarrow 60.5K - 3L = 0$$

$$\boldsymbol{L* = 10} \qquad \boldsymbol{K* = 6} \qquad \boldsymbol{Q = 240}$$

6.5 المسار الأمثل لتطور المؤسسة:

لكي تفكر المؤسسة في التوسع، يشترط أنها قد تكون حققت التوازن في حجم إنتاج معين ثم تريد بلوغ حجم انتاج أكبر وتوسيع المشروع، فلا يعقل أن تفكر المؤسسة في التوسع وزيادة حجم إنتاجها وهي لم تحقق التوازن في حجمها الحالي. وعندما تريد المؤسسة زيادة حجم الإنتاج، فإننا نزيد من استعمال عناصر الإنتاج، ونفترض أن تكاليفها ثابتة وأن التكاليف الكلية هي التي تتغير تبعا لتغير الكميات المستعملة من عناصر الإنتاج.

وسوف نحصل على مجموعة من خطوط التكاليف تكون متوازية لأن الأسعار لم تتغير (ثبات الميل)، والمنحنى الذي يربط بين النقاط التوازنية المختلفة يسمى منحنى مسار توسع المؤسسة بحيث يشبه منحنى استهلاك – الدخل عند المستهلك.

مثال:

بالاعتماد على معطيات المثال السابقة وبافتراض زيادة حجم الانفاق المخصص للعملية الإنتاجية إلى 120 وحدة نقدية، أوجد نقطة التوازن الجديدة.

لدينا:

$$Q = f(K,L) = 4.K.L$$

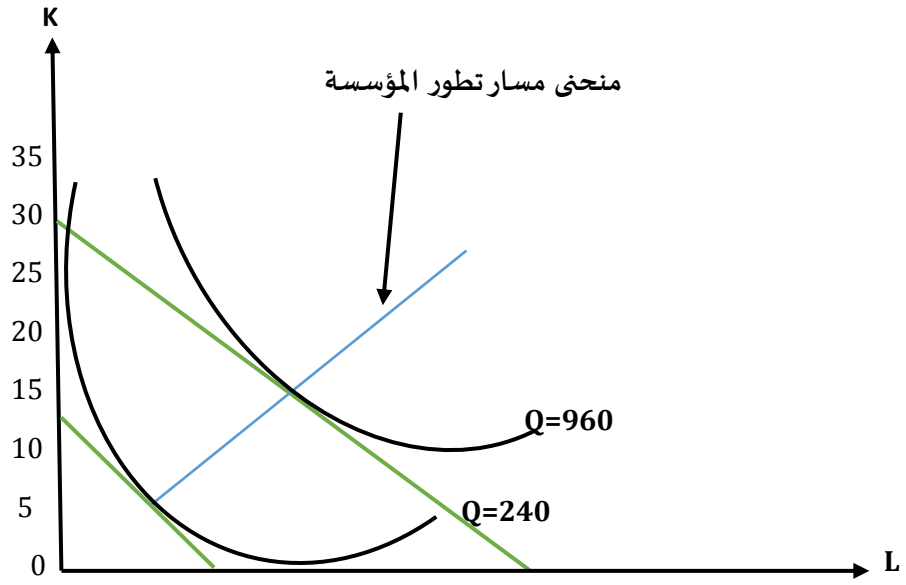
$$120 = 5.K + 3L$$

من المثال السابق لدينا: $K = \frac{3}{5}L \dots\dots (1)$

-نعوض 1 في الشرط الثاني:

$$120 = 5.\left(\frac{3}{5}.L\right) + 3L$$

$$L = \mathbf{120} \qquad \boldsymbol{K = 12} \qquad \boldsymbol{Q = 960}$$



إن المسار الأمثلة لتطور المؤسسة يمثل النقاط المثلى (نقاط التوازن) من رأس المال (**K**) والعمل (**L**) عندما يتغير مستوى الإنتاج أو تتغير التكلفة الكلية بينما تبقى أسعار عناصر الإنتاج ثابتة.

7.5 الدوال المتجانسة

نقول أن الدالة: $Q = f(K،L)$ دالة متجانسة اذا حققت الشرط التالي:

$$F(tK, tL) = t^k.f(K,L)$$

أي متجانسة من الدرجة **k**

بمعنى آخر إذا ضاعفنا عوامل الإنتاج بمقدار **t** مرة، فإن حجم الإنتاج يزداد بمقدار $\boldsymbol{t^k}$ مرة، بحيث أن **k** تمثل درجة تجانس الدالة (مردود الحجم)، وتعبر أيضا عن مرونة الإنتاج بالنسبة لعناصر الإنتاج، لأنها توضح مدى تأثير تغير عناصر الإنتاج في الإنتاج الكلي.

ومن أشهر الدوال المتجانسة نجد دالة **كوب دوغلاص Cobb−Douglass** والتي تأخذ الشكل التالي:

$$Q = f(K,L) = A.K^{\alpha}.L^{\beta} \quad \text{بحيث أن } \alpha, \beta > 0$$

- إذا كان $k < 1$ فإن مردود الحجم سوف يكون متناقصا، بمعنى أنه إذا أضفنا في عناصر الإنتاج بكمية معينة **t** فإن حجم الإنتاج سوف يزداد كذلك بمقدار أقل من **t**.
- إذا كان $k = 1$ نقول أن مردود الحجم ثابت، بمعنى أنه إذا تم ضرب عناصر الإنتاج بقيمة **t** فان حجم الإنتاج سوف يزداد كذلك بمقدار **t**.
- إذا كان $k > 1$ فإن مردود الإنتاج أو مردود الحجم سوف يكون متزايدا، بمعنى انه إذا ضاعفنا عناصر الإنتاج بمقدار **t** مرة، فإن حجم الإنتاج سوف يزداد بمقدار أكبر من **t**.

مثال:

ليكن لدينا دالة الإنتاج التالية: $Q = f(t.K,L) = K^{\frac{1}{3}}.L^{\frac{1}{5}}$

المطلوب: برهن أن الدالة متجانسة؟ ز ما هي درجة تجانسها؟

الحل:

$$\mathrm{Q} = \mathrm{f}(\mathrm{t}.\mathrm{K}, \mathrm{t}.\mathrm{L}) = (t.K)^{\frac{1}{3}}.(t.L)^{\frac{2}{5}}$$

$$= t^{\frac{1}{3}}.K^{\frac{1}{3}}.t^{\frac{2}{5}}.L^{\frac{2}{5}}$$

$$= t^{\frac{11}{15}}.K^{\frac{1}{3}}.L^{\frac{2}{5}}$$

$$Q = f(t.K, t.L) = t^{\frac{11}{15}}.f(K,L)$$

إذن الدالة متجانسة ودرجة تجانسها $k = \frac{11}{15}$ وهي أقل من 1، وبالتالي فإن مردود الحجم تناقص.

8.5 مرونة الإنتاج:

إن من بين أهم الأمور التي يجب أن تأخذ بعين الاعتبار هي دراسة مدى التغيرات التي يمكن أن تحدث في دالة الإنتاج، عند تغيير أحد أو كلا العنصرين الانتاجيين، ولدراسة وقياس هذا التأثير يتم استخدام مرونة الإنتاج، والتي تشير إلى الزيادة النسبية للإنتاج مقارنة بالزيادة النسبية في عدد وحدات العامل الإنتاجي المستخدم في العملية الإنتاجية، وهي كذلك التغيير النسبي الذي يحدث في الإنتاج الناتج عن التغير النسبي في عنصري الإنتاج، ويمكن حسابها من خلال العلاقة الرياضية التالية:

$$E_L = \frac{\%\Delta Q}{\%\Delta L}$$

$$E_L = \frac{\frac{\Delta Q}{\mathrm{Q}}}{\frac{\Delta L}{\mathrm{L}}} = \frac{\Delta Q}{\mathrm{L}} . \frac{\mathrm{L}}{\Delta L} \quad \Rightarrow \quad E_L = \frac{\Delta Q}{\Delta L} . \frac{\mathrm{L}}{\mathrm{Q}}$$

وعندما تكون البيانات مستمرة ومعبر عنها من خلال دالة الإنتاج تصبح المرونة كما يلي:

$$E_L = \frac{dQ}{dL} . \frac{L}{Q} \quad \text{أو} \qquad E_L = \frac{PmL}{PML}$$

مثال:

ليكن لدينا دالة الإنتاج من الشكل التالي:

$$Q = f(K, L) = K^{\frac{1}{2}} . L^{\frac{1}{2}}$$

المطلوب: أحسب مرونة عناصر الإنتاج؟

الحل:

لدينا:

$$E_L = \frac{dQ}{dL} . \frac{L}{Q}$$

$$\frac{dQ}{dL} = \frac{1}{2} . L^{\frac{1-}{2}} . K^{\frac{1}{2}}$$

$$E_L = \frac{dQ}{dL} . \frac{L}{Q}$$

$$= \frac{1}{2} . K^{\frac{1}{2}} . L^{\frac{1-}{2}} . \frac{L}{K^{\frac{1}{2}} . L^{\frac{1}{2}}} \quad \Rightarrow \quad E_L = \frac{1}{2}$$

إذ زاد العمل بمقدار 1% فإن الحجم يزداد ب0.5%:

$$E_K = \frac{PmK}{PMK}$$

$$PmK = \frac{dQ}{dK} = \frac{1}{2} . K^{\frac{1-}{2}} . L^{\frac{1}{2}}$$

$$PMK = \frac{Q}{k} = \frac{K^{\frac{1}{2}} . L^{\frac{1}{2}}}{K} = K^{\frac{1}{2}} . L^{\frac{1}{2}} . K^{1-}$$

$$= K^{\frac{-1}{2}} . L^{\frac{1}{2}}$$

$$E_K = \frac{\frac{1}{2} K^{\frac{1-}{2}} . L^{\frac{1}{2}}}{K^{\frac{1-}{2}} . L^{\frac{1}{2}}} \qquad E_K = \frac{1}{2}$$

إن زاد رأس المال بمقدار 1% فإن حجم الإنتاج يزداد بمقدار 0.5%.

تمارين محلولة حول نظرية الإنتاج في المدى القصير

التمرين الأول:

لإنتاج السلعة Q تستخدم مؤسسة ما عنصري الإنتاج العملL ورأس المال K. وفي الفترة القصيرة نعتبر أنّ المؤسسة ليس بإمكانها تغيير مخزونها من رأس المال K ويبقى إنتاج السلعة Q يتوقف فقط على عدد الوحدات المستخدمة من العمل L كما هو موضح في الجدول التالي:

عدد وحدات العملL	0	1	2	3	4	5	6	7	8
عدد الوحدات المنتجة Q	0	64	224	432	640	800	864	864	784

المطلوب:

1) أحسب قيمة كلّ من الناتج الحدي Pm، الناتج المتوسط PM عند كلّ مستوى من مستويات استخدام عنصر العمل L ؟

2) أعطي التمثيل البياني لمنحنيات النواتج الثلاثة السابقة PT، Pm، PM؟

3) ما هي إنتاجية الوحدة الواحدة عندما يكون L = 6، L = 4؟

4) ماذا يعني وجود ناتج حدي موجب، سالب، ومعدوم؟

التمرين الثاني: نفترض أنّ إنتاج السلعة X يتمّ باستخدام عنصري العمل L ورأس المال K والعلاقة الدالية التي تربط بين x و L وK تأخذ الشكل التالي: $Qx = 30.K.L^2 - K.L^3$

حيث أنّ Q هي الكمية المنتجة من السلعة X وL وK تمثّل الكميات المستخدمة من العمل ورأس المال على التوالي.

إذا افترضنا أنّ المنتج ليس له الإمكانيات الكافية لزيادة مخزونه من رأس المال K وتبقى قيمته ثابتة ومحدّدة ب K = 1 أمّا العمل L فقيمته متغيرة ومقدرة بعدد العمال.

المطلوب أحسب:

1- عدد العمال الذي يسمح بالحصول على أكبر كمية ممكنة من إنتاج السلعة X، وما هي كمية هذا الناتج الكلي PT؟

2- عدد العمال اللازم عند نقطة الانعطاف على منحنى الناتج الكلي PT، وما هو مقدار الناتج الكلي عند هذه النقطة؟

3- عدد العمال عند نقطة التقاء وتعادل الناتج الحدي Pm مع الناتج المتوسط PM، وما هو مقدار الناتج الكلي عند هذه النقطة؟

التمرين الثالث: لتكن لدينا دالة الإنتاج التالية: $X= f(K,L) = 2K^{1/4}.L^{3/4}$

1. أوجد الإنتاجية المتوسطة و الحدية للعمل ورأس المال؟
2. أحسب مرونة العمل ومرونة رأس المال؟
3. إذا زاد رأس المال ب10% فما هي نسبة زيادة الإنتاج؟

التمرين الرابع: لتكن لدينا دالة الإنتاج التالية: $X = f(K,,L) = 9K^{1/2}.L^{1/2}$

1- ما هي درجة تجانس هذه الدالة ؟ ماذا تستنتج؟

2- إذا كانت ميزانية المنتج تقدّر ب: 36 ون وأسعار عناصر الإنتاج هي: Pk = 5، PL = 3، أوجد كمية الإنتاج المثلى؟

3- أوجد معادلة منحنى تساوي الإنتاج الذي يمرّ من نقطة التوازن؟

4- حدّد الكميات المثلى من عناصر الإنتاج الذي تساهم في إنتاج الكمية: X = 64؟

5- أوجد مرونة الإنتاج للعمل ولرأسمال وما علاقتها بدرجة تجانس هذه الدالة ، ماذا تستنتج؟

6- إذا زاد كلّ من العمل و رأسمال ب5% فما هي نسبة زيادة الإنتاج؟

الحل:

حل التمرين الأول:

1) حساب قيم كلّ من PT، PM، Pm

- إنّ قيمة الناتج الكلي PT هي نفسها قيم Q
- إنّ قيمة الناتج المتوسط هي: $PM = \frac{PT(Q)}{L}$
- إن قيمة الناتج الحدي Pm هي : $Pm = \frac{\Delta Q(PT)}{\Delta L}$

L	0	1	2	3	4	5	6	7	8
PT	0	64	224	432	640	800	864	864	784
PM	0	64	112	144	160	160	144	123,43	98
Pm	0	64	160	208	208	160	64	0	-80

مثال: لما L = 4

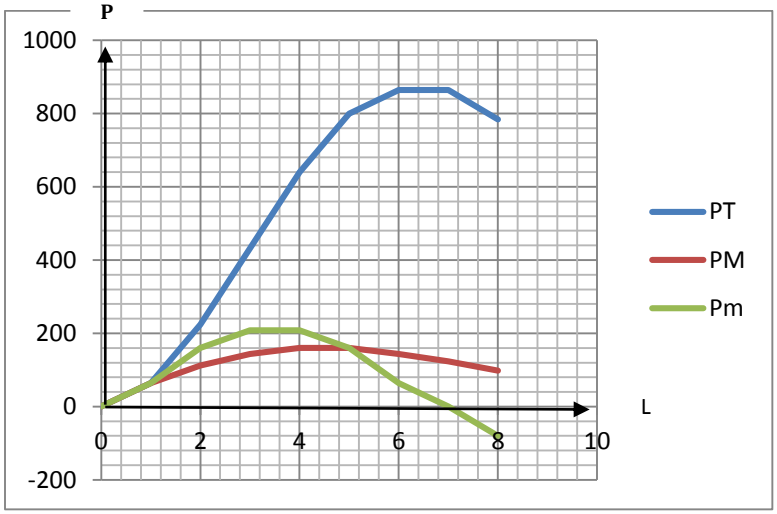
$$PM = \frac{PT}{L} = \frac{Q}{L} = \frac{640}{4}$$

PM = 160

لما L = 4

$$Pm = \frac{\Delta Q}{\Delta L} = \frac{640 - 432}{4 - 3} = 208$$

2- التمثيل البياني للمنحنيات الثلاثة :



المرحلة الأولى: تبدأ من 0 إلى نقطة تقاطع منحنى PM مع منحنى Pm أي من L = 0 إلى L = 5.

تسمى أيضا بمرحلة تزايد الغلة، والملاحظ في هذه الفترة هو زيادة الإنتاج الكلي بوتيرة متسارعة، ونفس الأمر ينطبق على منحنى الناتج المتوسط، وأيضا منحنى الناتج الحدي الذي يكون يتزايد هو كذلك بزيادة أو إضافة عمال جدد إلى غاية أن يصل إلى حده الأقصى عند النقطة L = 4، ليعود بعدها إلى الانخفاض بعد هذه النقطة التي تسمى نقطة الانعطاف، لمنحنى الناتج الكلي والذي يستمر في الزيادة ولكن بوتيرة متناقصة، وهذا يعني أن نقطة الانعطاف تمثل نقطة تغير الغلة، (الحجم)، أما منحنى الناتج المتوسط فهو كذلك يستمر في الزيادة إلى غاية أن يصل إلى حده الأقصى عند النقطة L = 5، أين يتقاطع مع منحنى الناتج الحدي، والتفسير الاقتصادي لهذه المرحلة هو أن عنصر رأس المال (الأرض) في هذه المرحلة يكون متوفرا مقارنة بعدد العمال بوفرة.

المرحلة الثانية: من تقاطع منحنى PM مع Pm إلى نقطة انعدام منحنى Pm أي Pm = 0.

وتسمى أيضا مرحلة تناقص الغلة، ففي هذه المرحلة يبدأ الإنتاج الحدي في التناقص مع زيادة عدد العمال كون أن هذا العدد أصبح لا يتناسب مع رأس المال (الأرض) ويستمر على هذه الحال إلى غاية انعدامه في النقطة L = 7، أما منحنى الناتج الكلي فيستمر بالارتفاع ولكن بمعدلات متناقصة إلى غاية أن يصل إلى حده الأقصى والذي يوافق بدوره نقطة انعدام الناتج الحدي، ويعني هذا أنه عند زيادة أي عامل لن تضيف أي شيء بالنسبة للإنتاج الكلي، أما منحنى الناتج المتوسط فانه ينخفض في هذه المرحلة ولكن يبقى بقيم موجبة.

المرحلة الأخيرة: من Pm = 0 إلى ∞

وتسمى أيضا بمرحلة الغلة السالبة، وهي تبدأ من نقطة انعدام الإنتاجية الحدية أو نقطة أعظمية الإنتاج الكلي، وفي هذه المرحلة فان عنصر رأس المال يصبح أقل بكثير مقارنة بعنصر العمل، حيث أن أية زيادة في عدد العمال سوف تؤدي إلى

انخفاض الإنتاج الكلي أو تصبح الإنتاجية الحدية سالبة، ومرد ذلك هو أن أية زيادة في عدد العمال سوف تؤدي إلى زيادة الازدحام والعرقلة في العمل.

3- إنتاجية الوحدة لما L = 6 ولما L = 4

إنّ إنتاجية وحدة عمل L واحدة هي مكافئة لإنتاجية الوحدة الواحدة من عنصر العمل، وبالتالي مكافئة للإنتاجية (الناتج) المتوسط للعمل.

إذا كانت L = 4 ⇐ PT = 640 وإنتاجية وحدة واحدة

$$160 = \frac{640}{4} = \frac{PT}{L} = \frac{Q}{L}$$

إذا كانت L = 6 ⇐ PT = 864 وإنتاجية الوحدة الواحدة هي:

$$144 = \frac{864}{6} = \frac{PT}{L} = \frac{Q}{L}$$

4/ معنى وجود ناتج حدّة موجب ، سالب، معدوم؟

إنّ الناتج الحدي للعمل هو التغير الحاصل في الإنتاج نتيجة زيادة استخدام وحدة واحدة من عنصر العمل، هذا التغيير يمكن أن يكون موجب مثلا ما بين الوحدةَ 1و0 مثلا وPm = ΔQ = 64، أي أن الناتج الكلي PT يرتفع نتيجة زيادة وحدة واحدة إضافية من العمل.

ويمكن أن يكون سالب أي أنّ زيادة استخدام وحدة عمل إضافية من عنصر العمل يؤدّي إلى تخفيض الناتج الكلي PT مثلا الانتقال من النقطة 7 إلى L=8 ، ΔQ = Pm = -80 وأخيراً يمكن أن يكون الناتج الحدي Pm معدومًا أي أنّ استخدام وحدة عمل إضافية لا تؤدّي إلى زيادة أو أي تغيير في الإنتاج الكلي PT مثلا عند النقطة 6 و 7 فإن:

ΔQ = Pm = 0 أي PT يبقى ثابتا =864 .

حل التمرين الثاني:

لدينا: $Q_x = 30\ K.L^2 - KL^3$

1- إيجاد حجم العمل الذي يسمح بالحصول على أكبر كمية ممكنة من إنتاج X وحساب هذه الكمية

لدينا رأس المال K ثابت حيث k =1 وبالتالي: $Qx = 30\ L2 - L^3$

أي: $PT = 30\ L2 - L^3$

نعلم أنّ حجم العمل الذي يعظم الإنتاج الكلي يكون عندما تكون الإنتاجية الحدية Pm = 0 حيث يكون عندها الإنتاج الكلي PT في وحدة الأقصى لدينا: $Pm == \frac{dQ}{dL} = \frac{dPT}{dQ}$

$$Pm = 60\,L - 3L^2$$

$$Pm = 0 \Rightarrow 60L - 3L^2 = 0$$

$$\Rightarrow L.(60 - 3L) = 0$$

ومنه: $\begin{cases} L = 0 & \text{مرفوض} \\ L = 20 \end{cases}$

$$\boxed{L = 20}$$

إذن حجم العمل (عدد العمال) اللازم للحصول على أكبر كمية ممكنة من إنتاج السلعة x هو L=20 عامل وأنّ كمية هذا الإنتاج هي:

$$Q = 30.(1).(20)^2 - (1).(20)^3$$

$$\boxed{Q_x = 4000}$$

2/ عدد العمال اللازم عند نقطة الانعطاف على منحنى الناتج الكلي PT، وكمية هذا الإنتاج

إنّ دالة الإنتاج الحدي Pm هي المشتق الأول لدالة الإنتاج الكلي PT، وعندما يبلغ هذا الأخير نقطة الانعطاف يكون الناتج الحدي عند حدّه الأقصى إذن يكفي أن نحسب قيمة L عندما يكون الناتج الحدي في نهايته العظمى

$$Pm' = 0 \Rightarrow (60L - 3L2)' = 0$$
$$\Rightarrow 60 - 6L = 0$$

$$\boxed{\Rightarrow L = 10}$$

نعوض هذه القيمة في دالة الإنتاج الكلي

$$Qx = 30.(1).(10)^2 - (1)\,(10)^3$$

$$\boxed{Q_x = 2000}$$

إذن عدد العمال اللازم عند نقطة الانعطاف هو 10عمال وبالتالي فإنّ مقدار الناتج الكلي عند هذه النقطة هو 2000 وحدة.

3/ إيجاد عدد العمال عند تقاطع منحنى PM مع منحنى Pm وحساب قيمة الناتج الكلي عند هذه القيمة

إذن دالة الإنتاج المتوسط هي:

$$PM = \frac{PT}{L} = \frac{30L^2 - L^3}{L} \Rightarrow PM = 30L - L^2$$

إنّ منحنى الناتج الحدي Pm يقطع منحنى الناتج المتوسط PM عندما يكون هذا الأخير في حدّه الأقصى إذن يكفي أن نحسب قيمة العملL لما يكون منحنى الناتج المتوسط PM في نهايته العظمى.

أي:

$$(PM)' = 0$$

$$(30L - L^2)' = 0$$

$$30 - 2L = 0 \Rightarrow \boxed{L = 15}$$

$$Q_x = 30(1) - (15)^2 - (1)(15)^3$$

$$\boxed{Qx = 3375}$$

وبالتالي فإنّ عدد العمال اللازم عند نقطة تقاطع منحنى الناتج الحدي Pm مع منحنى الناتج المتوسط PM هو 15 عامل وهذا يسمح بإنتاج يقدّر ب Q = 3375 وحدة من السلعة x.

التمرين الثالث:

$$Qx = 2.K1/4 \,.\, L3/4$$

1/ إيجاد دوال P_{m_L} ، P_{m_k}، P_{M_L}، P_{M_K}

- $PM_L = \frac{Q_x}{L} = \frac{2.K^{1/4}.L^{3/4}}{L}$

$$= 2\,.K^{1/4}\,.L^{3/4}\,.L^{-1}$$

$$PM_L = 2\,.K^{1/4}\,.L^{-1/4}$$

$$PM_L = \frac{2\,.K^{1/4}}{L^{1/4}} = 2\left[\frac{K}{L}\right]^{1/4}$$

- $P_{m_L} = \frac{dQ}{dL} = 2\,.K^{1/4}\,.\frac{3}{4}.L^{\frac{3}{4}-1}$

$$= 2\,.K^{1/4}\,.\frac{3}{4}.L^{-1/4}$$

$$= \frac{3}{2} . K^{1/4} . L^{-1/4}$$

$$P_{m_L} = \frac{3 .K^{1/4}}{2.L^{1/4}} = \frac{3}{2}\left[\frac{K}{L}\right]^{1/4} \qquad \boxed{P_{m_L} = \frac{3 . K^{1/4}}{2. L^{1/4}}}$$

- $PM_K = \frac{Q}{K} = \frac{2.K^{1/4}.L^{3/4}}{K}$

$$= 2 . K^{1/4} . K^{-1} . L^{3/4}$$

$$= 2 . K^{-3/4} . L^{3/4}$$

$$PM_K = \frac{2 . L^{3/4}}{K^{3/4}} = 2\left[\frac{L}{K}\right]^{3/4} \qquad \boxed{PM_K = \frac{2 . L^{3/4}}{K^{3/4}}}$$

- $P_{m_K} = \frac{dQ}{dK} = 2.\frac{1}{4} . K^{\frac{1}{4}-1} . L^{\frac{3}{4}}$

$$= \frac{1}{2} . K^{-3/4} . L^{3/4}$$

$$P_{m_K} = \frac{L^{3/4}}{2. K^{3/4}} = \frac{1}{2}\left[\frac{L}{K}\right]^{3/4} \qquad \boxed{Pm_K = \frac{K^{3/4}}{2. K^{3/4}}}$$

2/ حساب مرونة العمل ورأس المال

$$e_L = \frac{\Delta Q\%}{\Delta L\%} = \frac{\frac{\Delta Q}{Q}}{\frac{\Delta L}{L}} = \frac{\Delta Q}{Q} . \frac{L}{QL}$$

الضرب تبديلي ومنه:

$$e_L = \frac{\Delta Q}{\Delta L} . \frac{L}{Q}$$

لدينا الإنتاجية الحدية للعمل

$$\frac{\Delta Q_x}{\Delta L} = P_{m_L}$$

(الإنتاجية المتوسطة للعمل)

$$\frac{Q_x}{L} = P_{M_L}$$

ومنه:

$$\frac{L}{Q_x} = \frac{1}{P_{M_L}}$$

ومنه:

$$e_L = \frac{P_{m_L}}{P_{M_L}}$$

$$e_L = \frac{\frac{3}{2}.K^{1/4}.L^{-1/4}}{2.K^{1/4}.L^{-1/4}} = \frac{3}{4} = 0,75$$

إذا زاد عنصر العمل ب1% فإنّ الإنتاج يزداد ب 0,75%

الطريقة الثانية:

$$e_L = \frac{dQ_x}{dL}.\frac{L}{Q_x}$$

$$= \frac{3}{2}.K^{1/4}.L^{-1/4} \quad \frac{L}{2.K^{1/4}.L^{3/4}}$$

$$e_L = \frac{3}{4} = 0,75$$

$$e_K = \frac{P_{m_K}}{P_{M_K}} = \frac{\frac{1}{2}.L^{3/4}.K^{-3/4}}{2.L^{3/4}.K^{-3/4}} = \frac{1}{4} = 0,25$$

$$e_K = 0,25$$

إذا زاد عنصر رأس المال K ب 1% فإنّ الإنتاج يزداد ب 0,25%

3/ نسبة الزيادة للإنتاج إذا زاد رأس المال ب 10%

%1 → 0,25

%10 → 2,5

إذا زاد عنصر رأس المال ب10% فإنّ الإنتاج يزداد ب 2,5%

حل التمرين الرابع:

لدينا دالة الإنتاج من الشكل التالي:

$$X = f(K, L) = 9.K^{1/2}.L^{1/2}$$

1- إيجاد درجة تجانس الدالة:

نقول أنّ" الدالة $X = f(K, L)$ هي دالة متجانسة إذ تحقّق لنا من أجل قيمة t صحة العلاقة التالية:

$$f(t.K, t.L) = t^k f(K,L)$$

حيث أن k هي درجة تجانس الدالة وتعني أنه إذا ضاعفنا عوامل الإنتاج t مرة يزيد حجم الإنتاج t^k مرة لدينا

$$f(t.k\,,\, tL) = 9\,(t.k)^{1/2}.(t.L)^{1/2}$$

$$= 9.t^{\frac{1}{2}}.\, k^{1/2}.\, t^{1/2}L^{\frac{1}{2}}$$

$$= t^{1/2}.\, t^{1/2}\,.9.\, k^{1/2}.L^{1/2}$$

$$\boxed{f(tk, tL)\,) = t^1\,.\, f(k,L)}$$

إذن درجة تجانس هذه الدالة هي 1 = k وهذا يعني أنّ مردود (غلة) الحجم لهذه الدالة ثابت.

2/ إيجاد كمية الإنتاج المثلى :

CT = 36 Pk = 5 PL = 3

$$\begin{cases} CT = k\,.Pk + LpL \\ x = f(k,L)_{max} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 36 = 5\,k\, + 3L \\ x = 9.K^{1/2}\,.L^{1/2} \end{cases}$$

الطريقة الأول:

شرطي التوازن $\boxed{\frac{\mathrm{P}_{m_\mathrm{L}}}{\mathrm{PL}} = \frac{\mathrm{P}_{m_\mathrm{K}}}{\mathrm{PK}}}$

$$\mathrm{P}_{m_\mathrm{L}} = \frac{dx}{dL} = \frac{1}{2}.9.k^{1/2}\,.L^{\frac{1}{2}-1}$$

$$\boxed{\mathrm{P}_{m_\mathrm{L}} = \frac{9}{2}.k^{1/2}\,.L^{-\frac{1}{2}}}$$

$$\mathrm{P}_{m_\mathrm{K}} = \frac{dx}{dK} = \frac{1}{2}.9.k^{\frac{1}{2}-1}\,.L^{\frac{1}{2}}$$

$$\boxed{\mathrm{P}_{m_\mathrm{K}} = \frac{9}{2}.k^{\frac{-1}{2}}\,.L^{\frac{1}{2}}}$$

$$\frac{\mathrm{P}_{m_\mathrm{L}}}{PL} = \frac{\mathrm{P}_{m_\mathrm{K}}}{PK} \Rightarrow \frac{\mathrm{P}_{m_\mathrm{L}}}{\mathrm{P}_{m_\mathrm{K}}} = \frac{PL}{PK}$$

$$\frac{\frac{9}{2}.K^{1/2}\,.L^{-1/2}}{\frac{9}{2}.K^{-1/2}\,.L^{1/2}} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{K^{1/2}\,.K^{1/2}}{L^{1/2}\,.L^{1/2}} = \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{K}{L} = \frac{3}{5}$$

$\Rightarrow 5K = 3L$

$\Rightarrow$ $\boxed{K = \frac{3}{5} L}$ .....(1)

نعوض (1) في قيد التكاليف:

$36 = 5 . K + 3L$

$36 = (5 .3/5.L) + L$

$36 = 3L + 3L \Rightarrow 36 = 6L$ $\boxed{L = 6}$ $\boxed{K = 3,6}$

$x = 9.(3,6)^{1/2} . (6)^{\frac{1}{2}}$ $\Rightarrow$ **X = 41,82**

الطريقة الثانية: طريقة لاغرانج

$\begin{cases} CT = K.PK + L.PL \\ X = f(K,L) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 36 = 5.K + 3L \\ X = 9.K^{1/2} . L^{1/2} \end{cases}$

$L = (f(K,L) + \lambda (CT - K.PK - L.PL)$

$L = (9. K^{1/2}. L^{1/2}) + \lambda(36-5K -3L)$

الشرط -1- انعدام المشتقات الجزئية

$\frac{dL}{\mathrm{dK}} = 0 \Rightarrow \frac{9}{2}.K^{-1/2} . \mathrm{L}^{1/2} - 5\lambda = 0$

$\Rightarrow \frac{9}{2}.K^{-1/2} . \mathrm{L}^{1/2} = 5\lambda$

$\Rightarrow$ $\boxed{\lambda = \frac{9K^{-1/2} . \mathrm{L}^{1/2}}{10}}$ .....(1)

$\frac{dL}{dL} = 0 \Rightarrow \frac{9}{2} . K^{1/2}. L^{-1/2} - 3\lambda = 0$

$\Rightarrow \frac{9}{2} . K^{1/2}. L^{-1/2} = 3\lambda$

$\Rightarrow$ $\boxed{\lambda = \frac{3. K^{1/2}. L^{-1/2}}{2}}$ ....(2)

$\boxed{\frac{dL}{d\lambda} = 0 \Rightarrow 36 - 5\,K - 3L = 0 .....(3)}$

بالمساواة بين (1) و (2) نجد

$\frac{9. K^{-1/2} . L^{1/2}}{10} = \frac{3\,\mathrm{K}^{1/2} . \mathrm{L}^{-1/2}}{2}$

$\frac{K^{-1/2} . L^{1/2}}{\mathrm{K}^{1/2} . \mathrm{L}^{-1/2}} = \frac{30}{18}$

$$\frac{L}{K} = \frac{5}{3} \Rightarrow 5K = 3L$$

$$\Rightarrow \boxed{K = \frac{3}{5}L} \quad \ldots\ldots(4)$$

نعوض (4) في (3) نجد:

$$36 = 5 . \left(\frac{3}{5}L\right) - 3L = 0$$

$$36 - 3\,L - 3L = 0$$

$$36 = 6L$$

$\boxed{K = 3{,}6}$ $\boxed{L = 6}$

إذن يجب على المنتج أن يستخدم 6 وحدات من العمل و 3,6 وحدة من رأس المال لكي يحصل على أعظم إنتاج ممكن يقدر

ب $X = 41{,}82$

$$\boxed{(K^*, L^*) = (3.6\ ,\ 6)}$$

3/ إيجاد معادلة منحنى تساوي الإنتاج

لدينا $X = 9.K^{1/2}.L^{1/2}$

$$K = \frac{X^2}{81L} = \frac{41{,}82}{81{,}2}$$

ومنه منحنى الناتج المساوي: $K = \frac{21{,}56}{L}$

4/ تحديد الكميات المثلى لما: $X = 64$

$$\begin{cases} CT = K.PK + L.PL \\ x = f(K, L) \end{cases}$$

$$\begin{cases} CT = 5\,K + 3L \\ x = 9 . K^{1/2} . L^{1/2} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} CT = 5.K + 3.L \ \text{(Min)} \\ 64 = 9 . K^{1/2}.L^{1/2} \end{cases}$$

$$\frac{P_{m_L}}{P_{m_K}} = \frac{PL}{PK} \Rightarrow K = \frac{3}{5}\,L$$

$$\boxed{K = \frac{3}{5}\,L} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots(1)$$

نعوض (1) في دالة الإنتاج X

$$64 = 9.\left(\frac{3}{5}.L\right)^{1/2}.(L)^{1/2}$$

K = 5,5 | L = 9,16

CT = 5. (5,5) + 3(9,16)
= 27,5 + 27,48

CT ≈ 55

نقطة التوازن هي (K,L) = (5.5 ,9.10)

يجب مع المنتج استخدام 5,5 وحدة من رأس المال و 9,16 من العمل لإنتاج 64 وحدة من السلعة X وهذا بأدنى تكلفة ممكنة تقدّر ب 55 و.ن.

5/ حساب مرونة العمل ورأس المال

$$e_L = \frac{dx}{dL}.\frac{L}{x} = \frac{P_{m_L}}{P_{M_L}}$$

$$e_K = \frac{dx}{dK}.\frac{K}{x} = \frac{P_{m_K}}{P_{M_K}}$$

$$P_{m_L} = \frac{9}{2}.K^{1/2}.L^{-1/2}$$

$$P_{M_L} = \frac{x}{L} = \frac{9.K^{1/2}.L^{1/2}}{L}$$

$$= 9.K^{1/2}.L^{1/2}.L^{-1}$$

$P_{M_L} = 9.K^{1/2}.L^{-1/2}$

$$e_L = \frac{\frac{9}{2}.K^{1/2}.L^{-1/2}}{9.K^{1/2}.L^{-1/2}} = \frac{9}{2.9} = \frac{1}{2}$$

$$e_L = \frac{1}{2}$$

إذا زاد العمل بنسبة 1% فإن الإنتاج سوف يزداد ب 0,5%

$$P_{m_K} = \frac{9}{2}.K^{-1/2}.L^{1/2}$$

$$P_{M_K} = \frac{x}{K} = \frac{9K^{1/2}.L^{1/2}}{K}.$$

$$= 9.K^{1/2}.K^{-1}.L^{1/2}$$

$$\boxed{P_{M_K} = 9\,K^{-1/2}.L^{1/2}}$$

$$e_K = \frac{PmK}{PMK} = \frac{\frac{9}{2}.K^{-1/2}.L^{1/2}}{9\,K^{-1/2}.L^{1/2}} = \frac{9}{2.9}$$

$$\boxed{e_K = \frac{1}{2} = 0{,}5}$$

إنّ زيادة استخدام عنصر رأس المال K ب1% سوف تؤدي إلى زيادة الإنتاج ب0,5%

علاقة المرونة بدرجة التجانس:

نلاحظ أن مجموع المرونات يساوي درجة تجانس هذه الدالة

$$\mathbf{k = e_L + e_K = 1}$$

6/ أثر زيادة العمل ورأس المال ب 5% على الإنتاج

$$K' = k + 0{,}05k = K\,(1 + 0{,}05)$$

$$L' = L + 0{,}05\,L = L\,(1 + 0{,}05)$$

$$f(K', L') = 9\,[(1 + 0{,}05)K]^{\frac{1}{2}}.[(1 + 0{,}05)L]^{\frac{1}{2}}$$

$$= 9\,(1 + 0{,}05)^{\frac{1}{2}}.K^{1/2}(1 + 0{,}05)^{\frac{1}{2}}L^{1/2}$$

$$= 9\,.(1 + 0{,}05)^{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}}.K^{\frac{1}{2}}.L^{\frac{1}{2}}$$

$$= (1 + 0{,}05).9.K^{1/2}.L^{1/2}$$

$$= (1 + 0{,}05)\,f(K, L)$$

$$\underbrace{f(K'L')}_{\text{الإنتاج الجديد}} = \underbrace{f(K, L)}_{\text{الإنتاج الأولي}} + \underbrace{0{,}05\,f(K, L)}_{\text{الإنتاج الإضافي}}$$

ومنه فان نسبة الزيادة في الإنتاج هي 5%

نظرية التكاليف

لقد قلنا سابقا أن نظريتي الإنتاج والتكاليف تفترض دائما الرشادة أو العقلانية في سلوك المنتجين بمعنى أن المنتج أثناء قيامه بالعملية الإنتاجية يضع نصب عينيه دائما تحقيق هدفه الأول وهو تحقيق أقصى ربح ممكن من الأرباح، أو في أسوأ الظروف تحقيق أدنى حد من الخسارة إذا لم تمكنه الظروف، فالأرباح ما هي إلا الإيرادات ناقص إجمالي التكاليف، والمنتج أثناء سعيه لتحقيق هذا الهدف فإنه يحاول جاهدا اختيار التوليفة المثلى من عناصر الإنتاج.

وغالبا ما يقصد بتكاليف الإنتاج بأنها كل ما يتحمله المنتج أو المشروع من إنفاق في سبيل الحصول على السلع والخدمات بحيث أنها تشمل أجور العمال، أثمان الموارد الخام الوقود، تكاليف النقل والتأمين ما ...إلخ

إن المسار الأمثل للتطور هو المنحنى الذي يربط ما بين نقاط توازن التي تحقق مستوى انتاج معين، كما تحدد التكلفة الدنيا الكلية المرتبطة بهذا الإنتاج، وبناءا على المعلومات السابقة يمكن اشتقاق العلاقة الموجودة بين مستوى الإنتاج والتكلفة الكلية، والتي يمكن تمثيلها إمّا بجدول أو منحنى أو علاقة رياضية من الشكل:

$$CT = Q(x)$$

بحيث أن:

CT : تمثل التكلفة الكلية.

X : يمثل مستوى الإنتاج

Q : يمثل العلاقة أو الدالة.

إن دالة التكلفة تربط ما بين الكمية المنتجة x بالمصاريف الضرورية CT لإنتاج هذه الكمية، فكل إنتاج يتطلب مقادير معينة من عناصر الإنتاج، وإن الحصول على هذه العناصر يتطلب دفع مبالغ مالية هذه الأخيرة تتأكد بالأسعار السائدة في السوق، وبالتالي فإن كل مستوى انتاج تقابله تكلفة مالية فالعلاقة التي تربط الإنتاج بالتكلفة تسمى دالة التكلفة.

1. التكاليف في المدى القصير:

تعرف الفترة القصيرة بأنها تلك الفترة التي تسمح للمشروع أو المنتج بتغيير بعض عناصر الإنتاج، بينما لا يستطيع تغيير البعض الآخر أي يظل ثابتا. وبناءا على ذلك فإن التكاليف الكلية في الفترة القصيرة تنقسم إلى نوعين أساسين من التكاليف وهما التكاليف الثابتة والتكاليف المتغيرة. فيما يلي سوف نشير بالتفصيل إلى طبيعة وسلوك التكاليف الكلية في الفترة القصيرة بالإضافة إلى طبيعة وسلوك التكاليف المشتقة منها، والتي يطلق عليها بالتكاليف المتوسطة والحدية.

- **التكاليف الثابتة CF**: هي التكاليف التي لا ترتبط ولا تتغير بمستوى أو حجم الإنتاج، وتسدد من طرف المنتج مهما كان هذا المستوى مثل: أقساط التأمين –ايجار المباني –أجور العمال – الضرائب – الفوائد – الاستهلاكات.... إلخ. وتدفع هذه التكاليف حتى ولو لم تنتج المؤسسة أي شيء فهي تمثل نفقات دائمة.

- **التكاليف المتغيرة CV**: هي التكاليف التي تتغير بتغير مستوى الإنتاج وزيادته، فإذا قررنا زيادة الإنتاج فلا بد من زيادة استهلاك الطاقة والمواد الأولية، وزيادة عدد العمال...إلخ. وبالتالي يؤدي هذا إلى زيادة النفقات، هذه الأخيرة هي تكاليف متغيرة لأنها ترتبت عن زيادة في تغيير كمية الإنتاج.
- **التكاليف الكلية CT**: يمكن تعريف التكاليف الكلية لإنتاج سلعة ما بأنها إجمالي المدفوعات النقدية التي يلتزم المنتج بدفعها لأصحاب عناصر الإنتاج، التي ساهمت في انتاج تلك السلعة خلال فترة زمنية معينة، وهي كذلك عبارة عن مجموع التكاليف الثابتة والمتغيرة وتكتب رياضيا كما يلي:

$$CT = CV + CF$$

- **التكاليف الحدية Cmg**: هي عبارة عن مقدار التغير في التكاليف الكلية بالنسبة إلى التغير في الكمية المنتجة وهي أيضا التكلفة الإضافية الناتجة عن انتاج وحدة إضافية من المنتوج، وباختصار هي تكلفة الوحدة الإضافية الأخيرة من المنتوج، وتظهر أهمية دراسة التكاليف الحدية كون المنشأة بحاجة لمعرفة ماذا يحدث للتكاليف الحدية فيما إذا قررت زيادة الإنتاج أو تخفيضه، ويعبر عنها رياضيا في الحالتين المتقطعة والمستمرة كما يلي:

الحالة المتقطعة $Cmg = \frac{\Delta CT}{\Delta X}$

الحالة المستمرة $Cmg = \frac{dCT}{dX}$

وبالتالي يتضح أن التكاليف الحدية هي مشتقة دالة التكاليف الكلية بالنسبة للكمية المنتجة.

- **التكاليف الكلية المتوسطة CTM**: نظرا لكون سعر السلعة في السوق يتحدد بناءا على تكلفة الوحدة الواحدة، فإن ذلك يتطلب من المنشأة معرفة ليس فقط التكاليف الكلية والمتغيرة والثابتة، بل تكلفة الوحدة المنتجة. إضافة إلى أن استعمال بيانات تكلفة الوحدة يكون أسهل للتحصيل من بيانات التكاليف الكلية.

ويتم التعرف على تكلفة الوحدة المنتجة من خلال ما يعرف بالتكاليف المتوسطة، ويمكن تمييز تكلفة متوسطة لكل نوع من أنواع التكاليف.

وتعرف التكاليف الكلية المتوسطة على أنها عبارة عن نصيب الوحدة المنتجة الوحيدة من التكلفة الكلية وهي عبارة عن حاصل قسمة التكاليف الكلية على الكمية المنتجة وتكتب رياضيا كما يلي:

$$\text{CTM} = \frac{CT}{X}$$

وبالتالي:

$$E_K = \frac{CV + Cf}{X} = CVM + CFM$$

- **التكاليف المتغيرة المتوسطة CVM**: وهي عبارة عن نصيب الوحدة الواحدة المنتجة من التكلفة المتغيرة، وهي عبارة عن حاصل قسمة التكاليف المتغيرة على الكمية المنتجة، ويعبر عنها رياضيا كما يلي:

$$\text{CVM} = \frac{CV}{X}$$

- **التكاليف الثابتة المتوسطة CFM:** وهي عبارة عن نصيب الوحدة الواحدة المنتجة من التكلفة الثابتة الكلية، وإن علاقة التكاليف الثابتة المتوسطة بحجم الإنتاج هي علاقة عكسية، أي إذا زاد حجم الإنتاج تتناقص التكاليف الثابتة المتوسطة، ويعبر عنها رياضيا كما يلي:

$$\text{CFM} = \frac{CF}{X}$$

تجدر الإشارة أنه لا توجد فائدة كبيرة من حساب التكاليف الثابتة المتوسطة **CFM**، وهذا نظرا كون أنها تتضائل كلما زاد حجم الإنتاج، وتبقى التكاليف المتغيرة المتوسطة هي التي لها أهمية كبيرة في التحليل الاقتصادي.

مثال:

ليكن لدينا الجدول التالي الذي يبين مستوى الإنتاج وقيمة التكلفة الكلية المقابلة لكل مستوى.

X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
CT	4	10	13	15	16	17.1	18.5	21	27	36

1-أوجد التكلفة الكلية المتغيرة، والثابتة؟

2-أوجد **Cmg, CVM ,CTM, CFM**؟

3-ارسم منحنيات التكاليف السابقة؟ وماذا تلاحظ؟

الحل:

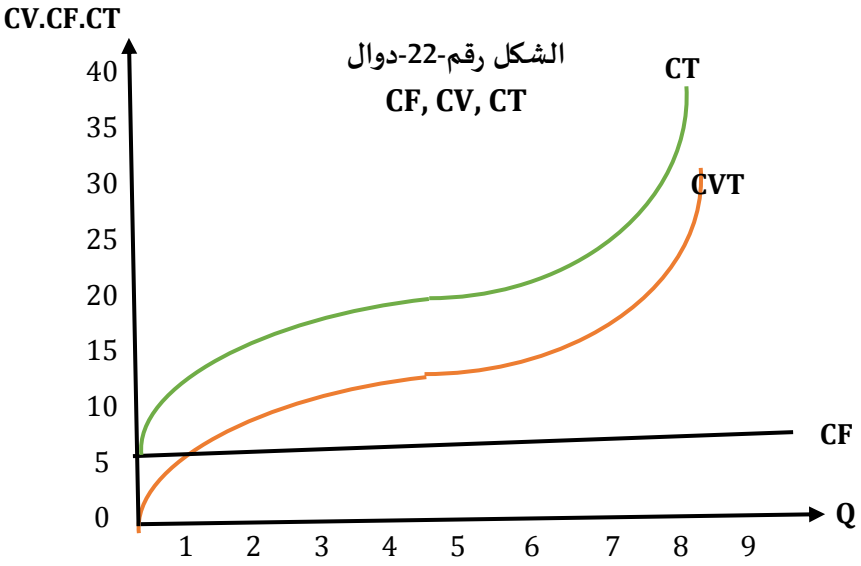
1/ إيجاد التكاليف الكلية المتغيرة، والثابتة؟

X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
CT	4	10	13	15	16	17.1	18.5	21	27	36
CFT	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
CVT	0	6	9	11	12	13.1	14.5	17	23	32

2/حساب **Cmg ,CTM, CVM, CFM**:

X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
CTM	-	10	6.5	5	4	3.42	3.08	3	3.37	4
CFM	-	4	2	1.33	1	0.8	0.66	0.57	0.5	0.44
CVM	-	6	4.5	3.66	3	2.62	2.41	2.42	2.87	3.55
Cmg	-	6	3	2	1	1.1	1.4	2.5	6	9

3/التمثيل البياني:

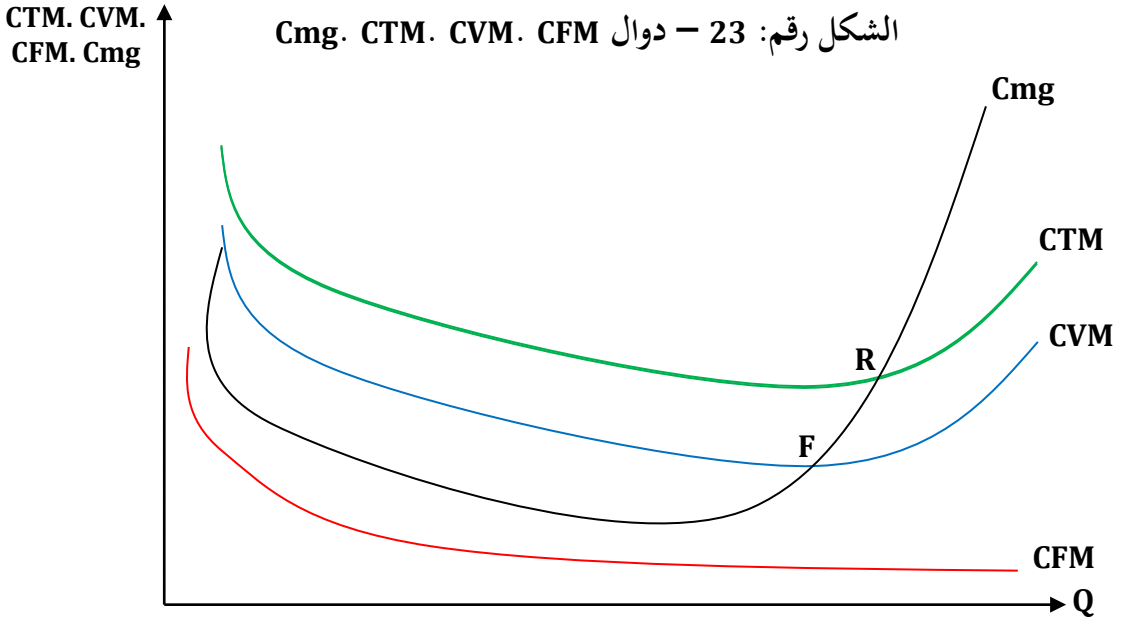


من خلال الشكل رقم –22–نلاحظ أن دالة التكليف الثابتة يمثله خط مستقيم يوازي المحور الأفقي دلالة على ثباتها دائما مهما زاد الإنتاج، فهي تساوي دائما 4 وحدات نقدية سواء كان حجم الإنتاج مساويا للصفر أو كان أكبر ما يمكن:

منحنى التكاليف المتغيرة ينطلق من نقطة الأصل دلالة على أن التكاليف المتغيرة تكون معدومة عندما يكون الإنتاج معدوما أيضا، حيث يتزايد هذا المنحنى في البداية بمعدل تناقص مع تزايد الحجم للإنتاج ثم تتزايد بعد ذلك بمعدل متزايد.

أما منحنى التكاليف الكلية فيأخذ نفس مسار التكاليف المتغيرة غير أنه يبدأ من قيمة موجبة من محور التراتيب فهو يوازي منحنى التكاليف المتغيرة ويمر بمرحلتين تفصل بينهما نقطة انعطاف، ويرجع هذا إلى قانون تناقص الغلة الذي رأيناه عند دراسة دالة الإنتاج حيث يكون هذا المنحنى في البداية متزايدا ولكن بوتيرة بطيئة نوعا ما، أما في المرحلة الثانية فإن التكاليف تتزايد بوتيرة كبيرة على شكل دالة أسية وتتطابق هذه المرحلة مع مردود الحجم المتناقص.

الشكل رقم: 23 – دوال Cmg. CTM. CVM. CFM



- من خلال الشكل رقم 23 نلاحظ أن منحنيات كل الدوال تكون متناقصة ثم تتزايد.
- التكاليف الحدية **Cmg** تقطع كل من التكاليف: الكلية المتوسطة **CTM** والمتغيرة المتوسطة **CVM** في حدها الأدنى.
- النقطة **R** نقطة تقاطع كل من منحنى التكاليف الحدية **Cmg** والكلية المتوسطة **CTM**، وتسمى هذه النقطة عتبة المردودية، ففي هذه النقطة المؤسسة لا تحقق أي ربح، لأن سعر البيع الذي يساوي التكلفة الحدية يكون مساويا للتكلفة المتوسطة، وابتداء من النقطة ***R*** تدخل المؤسسة في مجال الربح.
- النقطة **F** تسمى عتبة الاغلاق، ففي هذه النقطة يوجد جزء من التكاليف الحدية والتي تساوي سعر المنتج لا يغطي تكاليف انتاجه.
- ويبقى المجال ما بين النقطة **R**و**F**، ففي هذا المجال المؤسسة لا تحقق أي ربح لكنها لا تغلق، ويمكن أن تستمر في العمل، وهذا نظرا لأنه ليس من السهل اتخاذ قرار الغلق، زيادة على صعوبة إعادة تشغيلها بعد اغلاقها، بالإضافة إلى تكاليف جديدة معتبرة لإعادة تشغيلها، لهذا تفضل المؤسسة انتظار الفرصة المواتية لتستعيد مكانتها في السوق.

مثال2:

إذا كانت لدينا دالة تكلفة المؤسسة ما من الشكل التالي:

$$CT = 15Q - 6Q^2 + Q^3$$

1-أوجد CF ,CV ,CFM ,CVM ,CTM ,Cmg.

2-أوجد عتبة المردودية لهذه المؤسسة؟

3-أوجد عتبة الاغلاق لهذه المؤسسة؟

الحل:

1-إيجاد Cmg, CTM,CVM,CFM,CV,CF:

$$CF = 2$$
$$CV = 15Q - 6Q^2 + Q^3$$
$$CFM = \frac{CF}{Q} = \frac{2}{Q}$$
$$CVM = \frac{CV}{Q} = 15 - 6Q + Q^2$$
$$CTM = \frac{CT}{Q} = 15 - 6Q + Q^2 + \frac{2}{Q}$$
$$Cmg = \frac{dCT}{dQ} = 15 - 12Q - 3Q^2$$

2-إيجاد عتبة المردودية:

$\text{Cmg} = \text{CTM}$ أو $(CTM)' = 0$

$$Cmg = CTM$$
$$15 - 12Q + 3Q^2 = 15 - 6Q + 2Q^2 + \frac{2}{Q}$$
$$15 - 12Q + 3Q^2 - 15 + 6Q - 2Q^2 = \frac{2}{Q}$$
$$-6Q + Q^2 - \frac{2}{Q} = 0$$
$$Q^3 - 6Q^2 - 2 = 0$$

إذن:

$$\boldsymbol{Q = 8}$$

3-إيجاد عتبة الاغلاق:

$Cmg = CVM$ أو $(CVM)' = 0$.

$$(15 - 6Q + Q^2)' = 0$$
$$-6 + 2Q = 0$$

$Q = 3$ نعوض هذه القيمة في دالة CVM أو Cmg

$$CVM = 615 - 6(3) + 3^2$$

تنسحب المؤسسة من السوق إذا كان سعر البيع $P < 6$

1.1 اشتقاق دالة التكلفة:

لاستخراج دالة التكلفة يجب توفر 3 معلومات وهي:

← دالة الإنتاج التي تخص الشروط التقنية للإنتاج $Q = f(K,L)$

← القيد الميزاني أو معادلة التكلفة بدلالة عناصر الإنتاج $CT = K.PK + L.PL$

← معادلة مسار تطور المؤسسة الذي يربط بين الأزواج **(K ,L)** والتي تعطي للمنتج أدنى تكلفة ممكنة $K = f(L)$

مثال:

إذا كان لدينا دالة انتاج من الشكل التالي: $Q = f(K,L) = K.L$

وأسعار عناصر الإنتاج $PK = 10$ و $PL = 04$

المطلوب:

أوجد دالة التكلفة الكلية المتوسطة، الحدية:

الحل:

$$Q = f(K,L) = K.L$$
$$CT = 10K + 4L$$

لاستخراج دالة التكلفة يجب أولا إيجاد المعادلة مسار تطور المؤسسة:

$$PmK = \frac{dQ}{dK} = L \qquad PmL = \frac{dQ}{dL} = K$$

$$\frac{PmL}{PL} = \frac{PmK}{PK}$$

$$\frac{K}{4} = \frac{L}{10} \quad \Rightarrow \quad 10.K = 4.L$$

$$\Rightarrow K = \frac{2}{5}L \text{(معادلة مسار تطور المؤسسة)}$$

- تعوض معادلة مسار تطور المؤسسة في دالة الإنتاج $Q = f(K,L)$

$$Q = K.L$$

$$Q = \frac{2}{5}.L.L$$

$$Q = \frac{2}{5}L^2 \quad \Rightarrow \quad 5Q = 2L^2$$

$$\Rightarrow L^2 = \frac{5}{2}Q$$

$$\boldsymbol{L = \sqrt{\frac{5}{2}Q}}$$

نعوض **L** في دالة الإنتاج $Q = f(K,L)$

$$Q = K.\sqrt{\frac{5}{2}Q}$$

$$Q^2 = K^2.\frac{5}{2}Q$$

$$\Rightarrow Q = \frac{5}{2}.K^2 \quad \Rightarrow \quad K^2 = \frac{2}{5}.Q$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{K = \sqrt{\frac{2}{5}Q}}$$

نعوض **K** و**L** في **CT** تصبح المعادلة كالآتي:

$$CT = 10.\sqrt{\frac{2}{5}Q} + 4\sqrt{\frac{5}{2}Q}$$

$$CT = 2\sqrt{5}.\cancel{\sqrt{5}}.\frac{\sqrt{2Q}}{\cancel{\sqrt{5}}} + 2.\sqrt{2}.\cancel{\sqrt{2}}.\frac{\sqrt{5Q}}{\cancel{\sqrt{2}}}$$

$$CT = 2.\sqrt{10}.Q + 2.\sqrt{10}.Q$$

$$CT = 4.\sqrt{10Q} \qquad \rightarrow \qquad \boldsymbol{CT = 12,64\sqrt{Q}}$$

$$CTM = \frac{CT}{Q} = 12{,}64\ \frac{\sqrt{Q}}{\sqrt{Q}.\sqrt{Q}} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{CTM = \frac{12,64}{\sqrt{Q}}}$$

$$\boldsymbol{Cmg = \frac{6,32}{\sqrt{Q}}}$$

2.1 تعظيم الربح:

إن الربح هو عبارة عن الإيرادات **RT** ناقص التكاليف **CT** ، والإيرادات في سوق المنافسة المثلى هي عبارة عن السعر مضروب في الكمية المباعة و تسمى اليوم رقم الأعمال، و هي دالة في الكمية المباعة بحيث:

$$RT = P.Q$$

إن دالة التكلفة هي كذلك دالة في الكميات وعليه فإن الربح كذلك هو دالة في الكميات أي أن:

$$\boldsymbol{\pi = RT - CT}$$

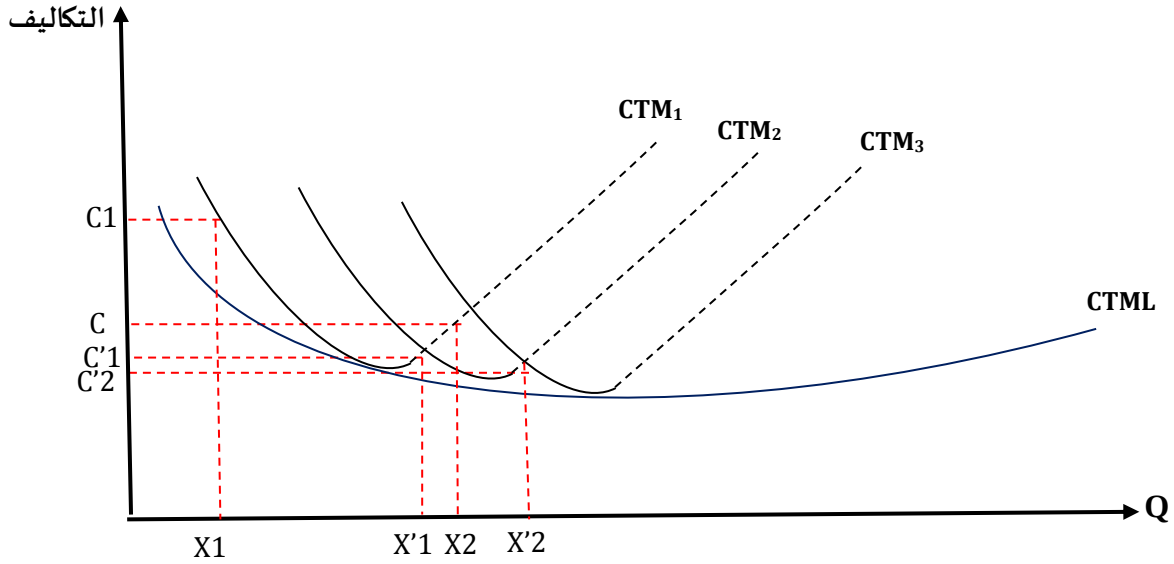
2. منحنيات التكاليف في المدى الطويل:

تشير الفترة الطويلة إلى تلك الفترة الزمنية التي تستطيع خلالها المنشأة الإنتاجية من تغيير جميع عناصر الإنتاج المملوكة لديها، ففي الفترة الطويلة تصبح جمع تكاليف الإنتاج بمثابة تكاليف متغيرة، وبالتالي لا يوجد تكاليف ثابتة.

إن المنتج إذا أراد زيادة الإنتاج فإنه يعمل على زيادة عناصر الإنتاج المتغيرة الموجودة لديه، أما الفترة الطويلة فهي تمثل تلك الفترة التخطيطية التي يحاول المنتج من خلالها توسيع حجم ونطاق المشروع عن طريقة تغيير جميع عناصر الإنتاج التي يمتلكها بما فيها عناصر الإنتاج الثابتة، وهنا نجد أن المنتج سوف يخطط لإنتاج حجم معين من الإنتاج يتناسب مع حجم المشروع، بحيث ينتج دائما تكلفة ممكنة.

يمثل المدى الطويل، إذا أفق تخطيط المؤسسة، بحيث أنه في المدى الطويل كما قلنا تكون كل العناصر قابلة للتغيير لذا سوف يختار المقاول الحجم الأمثل المرتبط بمستوى الإنتاج المخطط.

لنفترض أن المقاول يختار بين ثلاثة أحجام **K3 ,K2,K1** وترسم دوال التكلفة المتوسط على الشكل التالي:



في الفترة الطويلة سبق وأن ذكرنا أن المنتج يستطيع أن يختار ذلك المستوى الإنتاجي الذي يستطيع معه تخفيض تكلفة الوحدة لأدنى حد لها، أما في الفترة القصيرة فيوجد مستوى انتاجي واحد فقط تصل عنده تكلفة الوحدة لأدناها. وبافتراض وجود ثلاثة أحجام **K3,K2,K1** فقط للإنتاج تمثلها ثلاثة منحنيات التكاليف المتوسطة في الأجل القصير، فإننا نجد المشروع في الفترة الطويلة سوف يختار ذلك المستوى الإنتاجي الذي يوضح أدنى تكلة متوسطة للوحدة .

إن منحنى التكاليف المتوسطة الكلية في الفترة الطويلة هو ذلك المنحنى الغلافي الذي يغلف جميع منحنيات متوسط التكاليف الكلية في المدى القصير، حيث يتماس منحنى التكاليف المتوسطة الكلية في المدى الطويل مع منحنيات التكلفة المتوسطة في المدى القصير، وتمثل تلك النقاط أدنى تكلفة متوسطة للوحدة في الفترة الطويلة.

وإذا كان المقاول ينتظر طلب بمستوى $\mathbf{X}_1$ فسوف يفضل بناء مصنع بحجم $\mathbf{K}_1$، بينما إذا كان ينتظر طلب بمستوى $\mathbf{X}_2$، سيكون بناء مصنع بحجم $\mathbf{K}_2$ مفضل إلى غير ذلك.

أما إذا كان المقاول يستعمل مصنع بحجم $\mathbf{K}_1$، ويواجه طلب بمستوى $\mathbf{X}_1$ يتغير حجم المصنع من $\mathbf{K}_1$ إلى $\mathbf{K}_2$ ويحدث إذا كان المقاول ينتظر زيادة في الطلب، ونفس الشيء إذا كان المقاول يستعمل مصنع بحجم $\mathbf{K}_2$ لإنتاج المستوى$\mathbf{X}_2$.

قائمة المراجع:

1. د. عابد فضيلة، د. رسلان خضور، التحليل الاقتصادي الجزئي، منشورات جامعة دمشق، كلية الاقتصاد، 2008/2007.

2. د. البشير عبد الكريم، الاقتصاد الجزئي: دروس مع تمارين محلولة، مؤسسة النشر والتوزيع بالشلف، 2007، الجزائر.

3. د. عمر صخري، مبادئ الاقتصاد الجزئي الوحدوي، ديوان المطبوعات الجامعية، الطبعة السابعة 2006، الجزائر.

4. أد. عبد الوهاب الأمين، أد. فريد بشير، الاقتصاد الجزئي، مركز ACCES للاستشارات والخدمات التعليمية.

5. د. أحمد فوزي ملوخية، الاقتصاد الجزئي، مكتبة بستان المعرفة للنشر والتوزيع، الإسكندرية – مصر، 2005.

6. د. سليمان إبراهيم قطف، د. علي محمد خليل، مبادئ الاقتصاد الجزئي، الطبعة الأولى، دار الحامد للنشر والتوزيع، عمان – الأردن، 2004.

7. د عبد الناصر رويسات، مبادئ الاقتصاد الجزئي: محاضرات وتمارين محلولة، الطبعة الثانية، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، 2006.

8. دكتور دومنيك سالفاتور، نظرية اقتصاديات الوحدة: نظريات وأسئلة، سلسلة شوم، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، 1994.

9. د. عزت قناوي، د. نيرة سليمان، مبادئ التحليل الاقتصادي الجزئي، دار العلم للنشر والتوزيع، الفيوم – مصر، 2004.

10. د. جورج فهمي رزق، الكامل في الاقتصاد الجزئي، شبكة الأبحاث والدراسات الاقتصادية WWW.RR4EE.NET

11. شمعون شمعون، الرياضيات الاقتصادية، ديوان المطبوعات الجامعية، الطبعة الثانية 2005، الجزائر.

12. رشيد بن الذيب، نادية شطاب عباس، اقتصاد جزئي نظرية وتمارين، ديوان المطبوعات الجزائرية، الطبعة الثالثة 2003، الجزائر.

13. محاضرات، د. مصطفى طويطي، محاضرات في الاقتصاد الجزئي: دروس وتمارين محلولة، جامعة آكلي محند الحاج، 2014/2013.

14. د. مصطفى قريد، محاضرات في مقياس الاقتصاد الجزئي، جامعة محمد بوضياف، المسيلة، الجزائر، 2017/2016.

15. Robert S. Pindyck, Daniel L. Rubinfeld. Instructor's Manual by Duncan M. Holthausen For Microeconomics. Copyright 2013 Pearson Education, Inc. Publishing as Prentice Hall.

16. Robert S. Pindyck, Daniel L. Rubinfeld. Microeconomics, Ninth edition. Copyright © 2018, 2013, 2009 by Pearson Education. New York. USA.

17. S. PERCHERON. Exercices de micro economie ; 118 exercices gradués avec solution complets et résumés de cours. 7éme Edition. ARMAND COLIN.2006. Paris. France.

18. BERNARD BERNIER ? HENRI LOUIS VEDIE. MICROECONOMIE .élément fondamentaux et exercices corrigés. EDISCIENCE.1992. Paris. France.