

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université de Saida Dr Moulay Tahar
Faculté de Technologie
Département de Génie Civil et Hydraulique



Polycopié de cours
« Béton armé »

BELLIA. Z

Avril 2020

Préambule

Le présent document, représente un support pédagogique du cours "Béton Armé". Il est rédigé à l'intention des étudiants en 3^{ème} Année Licence (LMD) de la filière Hydraulique. Mais peut aussi être considéré comme guide, pour les étudiants de 3^{ème} Année Licence et 1^{ère} Année Master Génie Civil. Le cheminement de ce cours, est établi en conformité avec le programme officiel du ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche scientifique vulgarisé depuis 2014 moyennant quelques allègements.

Les grandes lignes de ce polycopié, permettent d'initier l'étudiant aux calculs des sections en béton armé. Depuis les constituants du béton armé jusqu'aux calculs de l'adhérence tout en passant par les aspects de : compression, traction et flexion simple.

Pour une bonne assimilation de ce cours, l'étudiant est appelé à avoir des notions de base. Notamment, en résistance des matériaux et en matériaux de construction.

Introduction	1
Chapitre I Généralités sur le béton armé	
I.1 Généralités	2
I.2 Caractéristiques du béton	2
I.2.1 Comportement du béton	2
I.3 Caractéristiques des armatures d'aciers	5
I.4 Calcul réglementaire selon le BAEL 91 révisées 99	6
I.4.1 Recommandations réglementaires vis-à-vis du béton	6
I.4.2 Recommandations réglementaires vis-à-vis de l'acier	9
Chapitre II Règles du BAEL	
II.1 Définitions	12
II.2 Les actions	12
II.3 Les sollicitations	12
II.4 Combinaisons d'actions	14
II.4.1 Combinaisons d'actions à l'état limite ultime, fondamentale (ELU)	16
II.4.2 Combinaisons d'actions à l'état limite de service (ELS)	18
II.4.3 Combinaisons d'actions accidentelles (ELA)	19
II.5 Etat limite ultime, ELU	19
II.5.1 Hypothèses de calcul	19
II.5.2 Principes de justifications	20
II.6 Etat limite de service, ELS	20
II.6.1 Hypothèse de calculs	20
II.6.2 Etats limites de service vis-à-vis de la durabilité de la structure	20
II.6.3 Etats limites de service vis-à-vis des déformations	21
Chapitre III Dimensionnement des sections soumises aux charges centrées	
III.1 Compression simple	22
III.1.1 Elancement	22
III.1.2 Longueur de flambement	22
III.1.3 Capacité portante d'une section comprimée	23
III.1.4 Calcul des armatures longitudinales à l'ELU	25
III.1.5 Armatures transversales	25
III.1.6 Prédimensionnement	26
III.2 Traction simple	26
III.2.1 Condition de non fragilité	27
III.2.2 Calcul à l'ELU (fissuration peu préjudiciable)	27
III.2.3 Calcul à l'ELS (fissurations préjudiciable et très préjudiciable)	27
III.2.4 Armatures transversales	28

Chapitre IV Calcul des sections en béton armé soumises à la flexion simple

IV.1 Equilibre général d'une section fléchie	33
IV.2 Cas courant d'une section rectangulaire, calcul en fissuration peu préjudiciable	33
IV.2.1 Cas sans armatures comprimées	34
IV.2.2 Cas avec armatures comprimées.....	37
IV.3 Cas courant d'une section rectangulaire, calculs en fissuration préjudiciable et très préjudiciable	39
IV.3.1 Cas sans armatures comprimées	41
IV.3.2 Cas avec armatures comprimées.....	42
IV.4 Pourcentage minimal d'armatures.....	43

Chapitre V Adhérence et ancrage

V.1 Définition.....	47
V.2 Nature du phénomène d'adhérence	47
V.3. Ancrages des barres en aciers	49
V.3.1 Ancrages des barres droites	49
V.3.2 Ancrages des barres courbes	50
V.3.3 Types d'ancrages courants.....	52
V.4 Entraînement des barres en aciers.....	55
V.5 Recouvrement des barres	56
V.5.1 Recouvrement des barres tendues	56
V.5.2 Recouvrement des barres comprimées.....	57
Conclusion.....	58
Annexe	59
Bibliographie.....	61

Introduction

Les premiers règlements de béton armé tel que le CCBA 68, ont été établis dans une logique assez simple qui se limitait uniquement au domaine élastique. Cette approche est loin d'être représentative du comportement réel des matériaux à savoir l'acier et le béton. À partir des années 80, l'évolution des connaissances a permis une meilleure compréhension du béton armé. Les calculs se sont tournés, vers une autre approche plus réaliste à savoir les calculs aux états limites. Les matériaux au sens ductile du terme, ont tous ou du moins la plupart, une réserve de plasticité qui leur permet d'être exploités au maximum sans que la sécurité des ouvrages ne soit compromise. Dans ce contexte, de nouveaux règlements ont d'ailleurs vu le jour en commençant par les prémices du BAEL 80 jusqu'à l'Eurocode 2 toute en passant par le BAEL91 révisées 99.

Dans ce document, on s'intéresse au règlement BAEL 91 révisées 99 toujours utilisé dans notre pays. C'est le dernier règlement en date avant l'apparition de l'Eurocode 2 actuellement utilisé en Europe et dans d'autres pays du monde notamment à Hong-Kong.

Le polycopié s'inspire des bases du règlement BAEL 91 révisées 99, mais aussi de l'ouvrage de Perchat et Roux (2002). Il est structuré en deux parties, la première partie représente les notions de base du béton armé. Les comportements du béton et de l'acier sont présentés distinctement au chapitre 1. Tandis qu'au chapitre 2, il est fait référence aux actions et combinaisons d'actions aux états limites. La deuxième partie de ce document, représente la partie la plus importante qui est le calcul des sections en béton armé. Avec notamment, au chapitre 3 les cas de la compression et traction simple, au chapitre 4 : la flexion simple et au dernier chapitre 5 : l'adhérence acier-béton. Outre l'aspect théorique, des applications numériques viennent consolider le contenu de chaque chapitre conférant ainsi une meilleure lisibilité au lecteur.

Chapitre I

Généralités sur le béton armé

I.1 Généralités

Le béton est un matériau obtenu en mélangeant en proportions convenables et de manières homogènes (Perchat et Hueber, s. d.) :

- du ciment,
- un "granulat" composé de sable et de matériaux pierreux (gravillon, cailloux),
- de l'eau.

Le béton est donc un matériau composite, il peut résister à des efforts de compression largement supérieurs à 50 MPa dans le cas de béton à haute performance. Pour un béton ordinaire, la résistance à la compression est de l'ordre de 25 MPa. Par contre, le béton résiste mal à la traction. Afin de le renforcer, on lui rajoute des barres d'aciers communément appelées « rond à béton ». L'association des deux matériaux à savoir : le béton et l'acier, donne lieu à l'appellation « béton armé ». Le poids volumique de ce dernier noté « $\gamma_{\text{béton}}$ » est égal à environ 25 kN/m³.

I.2 Caractéristiques du béton

Comme déjà énoncé plus haut, le béton de ciment couramment appelé «béton», est un mélange de ciment, de granulats, d'eau et éventuellement d'adjuvants. L'étude de formulation des bétons repose sur un bon dosage de chaque constituant. Hormis cela, on doit prêter une attention particulière au dosage E/C (Eau/Ciment), car c'est un élément déterminant dans toute étude de formulation. Il existe différentes méthodes pour formuler un béton, parmi elles : la méthode de Dreux, la méthode de Faury etc. Pour plus de détails, se référer à l'ouvrage de Dreux et Festa (2007).

I.2.1 Comportement du béton

1) Résistance à la compression

La résistance à la compression du béton notée « f_{cj} » à j jours d'âge, est déterminée à partir d'essais de compression, réalisés sur éprouvettes cylindriques (figure (I.1)) ou sur des éprouvettes cubiques (figure (I.2)). Pour déterminer la valeur de « f_{cj} », plusieurs essais de compression doivent être exécutés. Généralement, la résistance au cube est 20 à 25 % plus grande que celle d'une éprouvette cylindrique.



Fig I.1 Eprouvettes cylindriques, (source : controlab.fr).



Fig I.2 Eprouvettes cubiques, (source : pseau.org).

Exemple I.1 :

Un essai de compression a été réalisé, sur une éprouvette cylindrique en béton à 28 jours d'âge, à la rupture on a noté un effort de compression égale à $N=406.75$ kN, calculer la résistance f_{c28} .

Solution :

Nous savons que l'éprouvette fait 16 cm de diamètre, sa surface « S » est donc égale à 201,06 cm^2 , ceci implique :

$$f_{c28} = N/S = 406,75 \times 10^{-3} / 201,06 \times 10^{-4} = 20,23 \text{ MPa.}$$

Exemple I.2:

Le résultat moyen de trois essais de compression, réalisés sur éprouvettes cubiques a permis le calcul de la résistance à la compression à 28 jours $f_{c28}=25$ MPa. Estimer forfaitairement la résistance au cylindre.

Solution :

La résistance au cylindre vaut dans ce cas :

$$25/1,25 = 20 \text{ MPa.}$$

2) Résistance à la traction

Contrairement à un essai de compression, il est beaucoup plus difficile de réaliser un essai de traction directe sur des éprouvettes en béton. On distingue donc l'essai direct (le moins utilisé) et les essais indirects (les plus utilisés), avec notamment, l'essai de fendage (ou l'essai Brésilien) et l'essai de traction par flexion sur éprouvette prismatique. Il est à noter que la résistance à la traction du béton est de l'ordre du un dixième (1/10) de celle à la compression.

3) Retrait du béton

Le béton tend se raccourcir après le coulage, ceci est dû au fait, qu'il perd son eau non liée au court du processus d'évaporation. C'est ce qu'on appelle phénomène de « retrait ». Les déformations relatives à cela, sont influencées par les conditions de coulages et d'humidité environnante. Si certaines dispositions particulières ne sont pas prises en compte, alors des fissures peuvent se produire.

4) Fluage du béton

Sous chargement constant, la déformation du béton continue à augmenter avec le temps. C'est ce qu'on appelle « fluage ». Les déformations relatives à ce phénomène ne doivent pas être négligées, car elles peuvent représenter, environ le double des déformations qui se manifestent directement après l'exécution des ouvrages en béton (déformations instantanées). Toutefois, les effets du fluage peuvent être négligés dans les cas d'ouvrages courants, moyennant quelques précautions à prendre en compte.

5) Dilatation thermique

Le béton comme tout autre matériau, peut se dilater ou se contracter, avec un coefficient de l'ordre de 10^{-5} . Une variation de température de 10 C° provoque, une déformation de 10^{-4} ,

c'est-à-dire, qu'un élément de 10 m de longueur verra son extrémité libre se déplacer de 1 mm. Dans la pratique, les éléments ne sont pas libres, les variations de température entraînent toujours des contraintes internes à cause de l'effet de blocage. Pour se prémunir des éventuels désordres liés au gradient de température, il est préférable de disposer des joints de dilatations chaque 20 à 25 m selon la zone de construction.

I.3 Caractéristiques des armatures d'aciers

Quatre types d'armatures d'acier illustrés par figure I.3, sont mentionnés par Ngyuen, (2014) du moins au plus écroui, avec :

1. Les aciers doux, sans traitement thermique ayant une valeur caractéristique de la limite élastique garantie de 215 ou 235MPa notée Fe E 215 et Fe E 235 respectivement. Ce sont les aciers ronds lisses (noté ϕ ou RL). Ce type d'armatures est employé généralement pour confectionner des crochets de levage en raison de leur très grande déformation à la rupture (allongement de 22%), des armatures transversales.
2. Les aciers laminés à chaud, naturellement durs, dit aciers à haute adhérence de type I. Ce type d'acier a une limite d'élasticité garantie de 400MPa notée Fe E 400 et un allongement à la rupture de 14%.
3. Les aciers laminés à chaud et écrouis avec faible réduction de section (par traction torsion), dits aciers à haute adhérence de type II. Ce type d'acier a une limite d'élasticité garantie de 500MPa notée Fe E 500 et un allongement à la rupture de 12%.
4. Les aciers laminés à chaud par tréfilage (forte réduction de section), fortement écrouis, utilisés pour fabriquer les treillis soudés et fils sur bobines, Ce type d'acier a une limite d'élasticité garantie de 500MPa et un allongement à la rupture de 8%.

Les quatre types d'acier ont le même comportement élastique, donc un même module de Young de $E_s = 200\ 000\text{MPa}$. La déformation à la limite élastique est voisine de 0,2%, en fonction de la valeur de la limite d'élasticité (Ngyuen, 2014).

Sur le marché Algérien, les ronds à béton sont disponibles en barres d'acier ayants les diamètres nominaux « ϕ » de : 6, 8, 10, 12, 14, 16, 20, 25, 32 et 40 mm avec une longueur de 12 m. Les nuances d'acier couramment utilisés dans notre pays sont, des Fe E 400 type 1 et des ronds lisses Fe E 215 et Fe E 235.

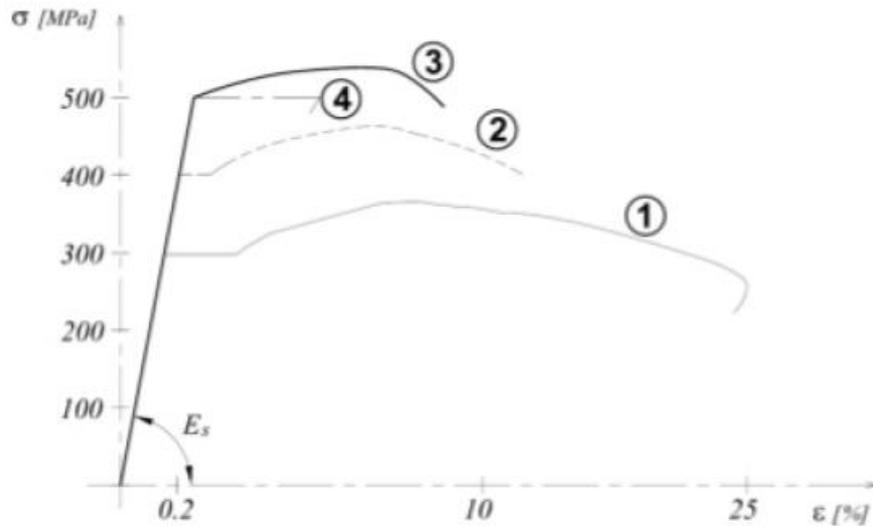


Fig I.3 Diagrammes en contrainte déformation des différents types d'armatures, Ngyuen (2014).

I.4 Calcul réglementaire selon le BAEL 91 révisées 99

I.4.1 Recommandations réglementaires vis-à-vis du béton

1) Résistance caractéristique à la compression

D'après le règlement BAEL 91 modifiées 99, les calculs s'articulent autour d'une résistance nominale à la compression à 28 jours d'âge « f_{c28} ». Toutefois, pour les calculs en phase de construction, les résistances à « j » jours d'âge seront nécessaires. Dans ce cas, les formules suivantes permettent de les calculer à partir de « f_{c28} » :

$$f_{c28} \leq 40MPa \Rightarrow \begin{cases} f_{cj} = \frac{j}{4,76+0,83j} f_{c28} & \text{si } j \leq 60\text{jours} \\ f_{cj} = 1.1f_{c28} & \text{si } j > 60\text{jours} \end{cases} \quad \text{I. 1}$$

$$f_{c28} > 40MPa \Rightarrow \begin{cases} f_{cj} = \frac{j}{1,40+0,95j} f_{c28} & \text{si } j \leq 28\text{jours} \\ f_{cj} = f_{c28} & \text{si } j > 28\text{jours} \end{cases} \quad \text{I. 2}$$

En application du BAEL 91 modifiées 99, à l'état limite ultime l'ELU décrit au chapitre II. Le comportement idéalisé du béton est modélisé soit par : une loi parabole rectangle voir le diagramme contrainte-déformation illustré par la figure I.4 ou par un diagramme rectangle simplifié (voir chapitre flexion simple).

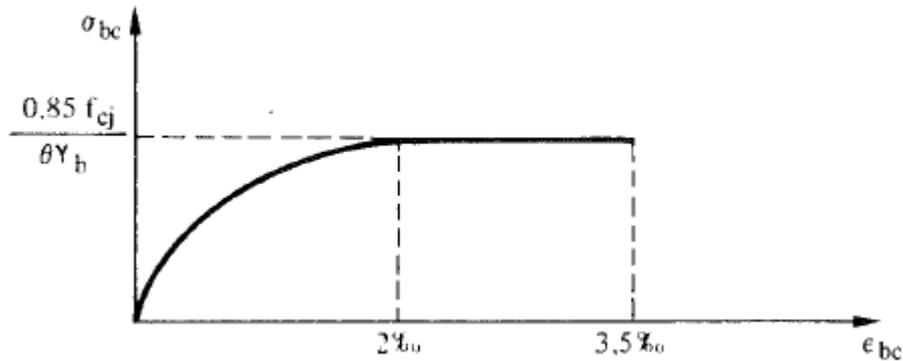


Fig I.4 Diagramme contrainte-déformation du béton à l'ELU, BAEL 91 révisées 99.

Afin de tenir compte des dispersions des données sur le béton lors des phases de réalisation ou d'exploitation. Le BAEL propose une valeur sécuritaire de la résistance en compression du béton notée « f_{bu} », avec :

$$f_{bu} = 0,85 \frac{f_{c28}}{\theta \gamma_b}$$

I. 3

Avec,

γ_b : est un coefficient de sécurité partiel égal à 1,5 pour le cas fondamentale et 1,15 pour le cas accidentel (voir chapitre II).

θ : est un coefficient tenant compte de la durée d'application des charges, avec $\theta = 1$ si la durée est supérieure à 24h, $\theta = 0,9$ si la durée est comprise entre 1h et 24h et $\theta = 0,85$ ou éventuellement 0,8 si la section présente une largeur décroissante dans la direction de la fibre comprimée.

À l'état limite de service ELS (voir chapitre II), le calcul se fait en élasticité, la contrainte réglementaire est limitée à :

$$\overline{\sigma}_{bc} = 0,6f_{c28}$$

I. 4

2) Résistance caractéristique à la traction

La résistance caractéristique à la traction du béton à « j » jours, notée « f_{ij} », est calculée par :

$$f_{i28} = 0,6 + 0,06f_{c28}$$

I. 5

Exemple I.3 :

Déterminer la résistance à la compression d'un béton ordinaire, à 28 jours en sachant qu'à 10 jours d'âge $f_{c10} = 19$ MPa.

Solution :

$$f_{c28} \leq 40 \text{ MPa} \Rightarrow f_{cj} = \frac{j}{4,76 + 0,83j} f_{c28} \text{ avec } j \leq 60 \text{ jours}$$

$$f_{c28} = \frac{4,76 + 0,83 \times 10}{10} 19 = 24,81 \text{ MPa}$$

Exemple I.4 :

Calculez la résistance à la traction d'un béton à 28 jours en sachant que $f_{c28} = 25$ MPa.

Solution :

$$f_{i28} = 0,6 + 0,06f_{c28} \Rightarrow f_{i28} = 0,6 + 0,06 \times 25 = 2,1 \text{ MPa}$$

3) Modules de déformation longitudinale du béton.

Pour un béton, on distingue les modules de Young instantané E_{ij} et différé E_{vj} . Le module instantané, est utilisé pour les calculs sous chargement instantané de durée inférieure à 24 heures. Pour des chargements de longue durée (cas courant), on utilise le module différé, ce dernier prend en compte les déformations de fluage du béton, avec :

$$E_{ij} = 11000(f_{c28})^{1/3}$$

I. 6

$$E_{vj} = 3700(f_{c28})^{1/3}$$

I. 7

D'après le règlement BAEL 91 modifiées 99, le coefficient de Poisson du béton est pris égal à 0 (zéro) pour le calcul des sollicitations et à 0,2 pour le calcul des déformations.

I.4.2 Recommandations réglementaires vis-à-vis de l'acier

À l'état limite de service ELS, (voir chapitre II), les contraintes dans les aciers doivent restées dans le domaine élastique. Afin de garantir cela, des valeurs limites sont à respecter selon le critère de fissuration, avec :

- Fissuration préjudiciable

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Aciers RL} \quad \bar{\sigma}_s = \frac{2}{3} f_e \\ \text{Aciers HA} : \bar{\sigma}_s = \text{Max} \left\{ \begin{array}{l} 0,5.f_e \\ 110\sqrt{\eta}.f_{tj} \end{array} \right. \quad [MPa] \end{array} \right.$$

I. 8

- Fissuration très préjudiciable

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Aciers RL} \quad \bar{\sigma}_s = 0,8 \frac{2}{3} f_e \\ \text{Aciers HA} : \bar{\sigma}_s = \text{Max} \left\{ \begin{array}{l} 0,4.f_e \\ 88\sqrt{\eta}.f_{tj} \end{array} \right. \quad [MPa] \end{array} \right.$$

I. 9

Avec, η : coefficient de fissuration égal à :

$$\eta = \begin{cases} 1 & \text{RL} \\ 1,3 & \text{HA } \phi < 6mm \\ 1,6 & \text{HA } \phi \geq 6mm \end{cases}$$

I. 10

Le modèle de calcul à l'ELU, suit une loi de type élastoplastique parfait, comme décrit par le diagramme contrainte-déformation de la Figure I.5. La valeur de calcul de la contrainte réglementaire des aciers notée « f_{ed} » est donnée par :

$$f_{ed} = \frac{f_e}{\gamma_s}$$

I. 11

Avec,

f_e est la limite élastique garantie et γ_s est un coefficient de sécurité partiel égale à 1,15 (cas

général) et 1 dans les situations accidentelles.

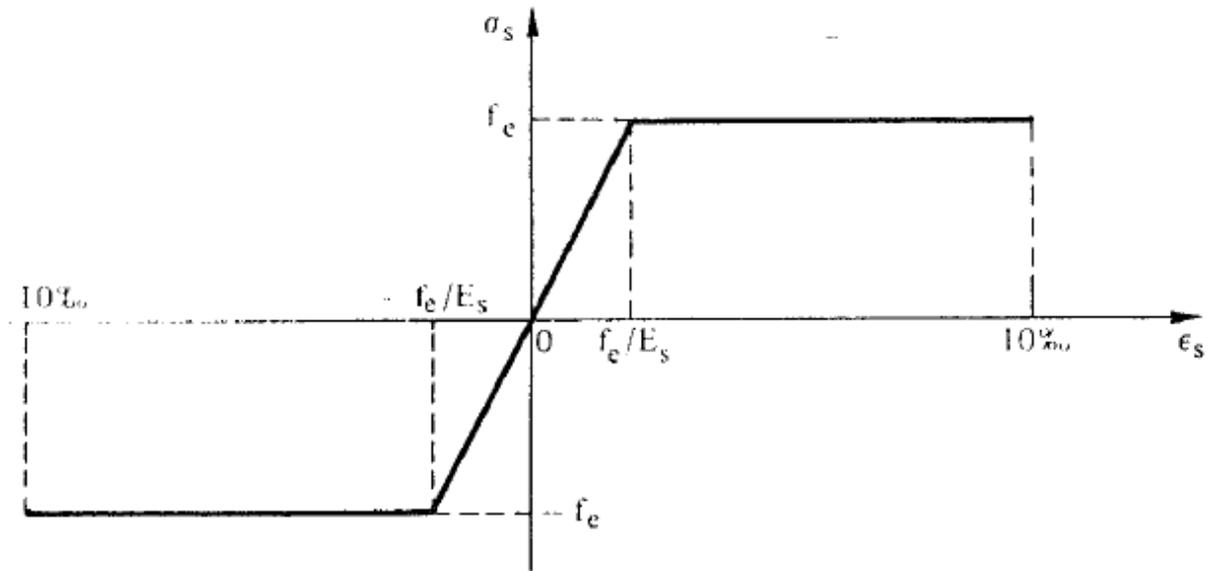


Fig I.5 Diagramme contrainte-déformation de l'acier, règles BAEL 91 révisées 99.

Exemple I.5 :

Soit une section en béton armé qui présente les caractéristiques suivantes :

Béton $f_{c28} = 25$ Mpa.

Acier $f_e = 400$ Mpa.

Déduire les valeurs de calcul réglementaire selon les règles BAEL avec, $\theta = 1$, $\gamma_b = 1,5$ et $\gamma_s = 1,15$.

Solution :

- Valeur de calcul réglementaire du Béton,

$$f_{bu} = 0,85 \frac{f_{c28}}{\theta \gamma_b} = 0,85 \frac{25}{1 \times 1,5} = 14,16 \text{ MPa}$$

- Valeur de calcul réglementaire de l'acier

$$f_{ed} = \frac{f_e}{\gamma_s} = \frac{400}{1,15} = 347,82 \text{ MPa}$$

I.5 Notions sur l'enrobage des aciers

L'enrobage est défini comme étant la distance de l'axe d'une armature à la paroi la plus voisine diminuée du rayon nominal de cette armature. Afin de protéger les aciers contre la corrosion,

un enrobage adéquat doit être prévu. L'épaisseur d'enrobage, dépend des conditions d'exposition de l'ouvrage. Les valeurs suivantes doivent être appliquées (BAEL article A.7.1) :

- 5 cm : pour les ouvrages exposés à la mer, aux atmosphères très agressives (industries chimiques),
- 3 cm : pour les parois soumises à des actions agressives ou à des intempéries ou des condensations,
- 1 cm : pour des parois situées dans un local couvert et clos et qui ne seraient pas exposées aux condensations.

Exemple I.6 :

Quel est l'enrobage optimal des aciers à prévoir, pour une semelle de pile implantée en pleine mer.

Solution :

Vu que la semelle se trouve dans un environnement agressif (eau de mer), on doit prévoir au minimum 5 cm d'enrobage.

Chapitre II
Règles du BAEL

II.1 Définitions

Par définition, un état limite ultime « ELU » est un état au-delà duquel la sécurité des biens et des personnes est mise en jeu. Par ailleurs, les états limites de service « ELS », sont définis compte tenu des conditions d'exploitation ou de durabilité. D'après le BAEL 91, les états limites ultimes comportent l'état limite ultime fondamental « ELU » et l'état limite accidentel « ELA ». Ces états correspondent à la limite soit :

- de l'équilibre statique ;
- de la résistance de l'un des matériaux ;
- de la stabilité de forme.

II.2 Les actions

Le terme « Action » est désigné comme étant : toute cause produisant un état de contrainte dans la construction (Perchat et Roux, 2002). Le BAEL, comporte trois catégories d'actions principales :

- Les actions permanentes « **G** » : dont l'intensité est constante ou très peu variable dans le temps, ou varie toujours dans le même sens en tendant vers une limite. Exemple : Poids propre, poids des équipements fixes, revêtements, cloisons, poussées des terres, déformations imposées (retrait, fluage, tassements, mouvements différentiels des structures etc...).
- Les actions variables « **Q** » : dont l'intensité varie fréquemment et de façon importante dans le temps. Exemples : charges d'exploitation, charges en phase de construction, température, neige, vent, etc. Pour les charges permanentes et surcharges on peut se référer à la norme nationale (DTR BC 2.2).
- Les actions accidentelles « **A** » : proviennent de phénomènes rares : séismes, impact de véhicules et de bateaux sur piles des ponts etc.

Les actions accidentelles, sont des actions non conventionnelles. En Algérie, elles sont traitées par des normes bien particulières à savoir : le DTR BC 2.48 (RPA 99 version 2003) pour le bâtiment et l'RPOA 2008 dans le cas des ouvrages d'arts.

II.3 Les sollicitations

Les sollicitations, sont des efforts internes engendrées par l'application d'une action. Elles peuvent être calculées par différentes méthodes (résistance des matériaux, différence finis, éléments finis etc..). Dans le cas des éléments linéaires (poutres, poteaux), on pourra avoir comme sollicitations :

- un effort normal « **N** »,

- un effort tranchant « V »,
- un moment fléchissant « M »,
- un moment de torsion « T ».

Dans le cas d'éléments surfaciques : dalles (élément plaque) ou voiles (élément shell). Il peut y avoir, les mêmes sollicitations précitées mais pouvant agir dans une ou plusieurs directions. Par exemple, une dalle travaillant dans les deux sens, aura trois moments (M_x , M_y et M_{xy}) et deux efforts tranchants (V_x et V_y). Par contre, un voile aura trois moments (M_x , M_y et M_{xy}), trois efforts normaux (N_x , N_y et N_{xy}) et deux efforts tranchants (V_x et V_y).

Exemple II.1 :

Soit une poutre isostatique de 6 m de longueur, portant une charge uniformément répartie égale à 10 kN/ml. En sachant que, la section de la poutre est en béton armé de (30x40) cm². Quelles seront les sollicitations maximales.

Solution :

Le poids propre de la poutre est égale à

$$p_p = \gamma_{\text{béton}} \cdot b \cdot h$$

$$p_p = 25 \times 0,3 \times 0,4 = 3 \text{ kN/ml}$$

D'après les calculs RDM, on sait que le moment maximal se situe mi portée, il est égal à :

$$M_{\max} = \frac{(q + p_p) l^2}{8}$$

$$M_{\max} = \frac{13 \times 6^2}{8} = 58,50 \text{ kN.m}$$

L'effort tranchant maximal quant à lui, se trouve aux extrémités de la poutre, avec :

$$T_{\max} = \frac{ql}{2}$$

$$T_{\max} = \frac{13 \times 6}{2} = 39 \text{ kN}$$

Exemple II.2 :

Une poutre isostatique de 10 m, est sollicitée en son milieu par une force concentrée égale à

20 kN. En négligeant le poids propre de la poutre, on se propose de déterminer les sollicitations maximales.

Solution :

Toujours en se référant aux calculs RDM, nous savons que le moment maximal, se situe à mi travée, il est égal à :

$$M_{\max} = \frac{pl}{4}$$

$$M_{\max} = \frac{20 \times 10}{4} = 50 \text{ kN.m}$$

L'effort tranchant maximal est égal à :

$$T_{\max} = \frac{p}{2}$$

$$T_{\max} = \frac{20}{2} = 10 \text{ kN}$$

II.4 Combinaisons d'actions

Afin d'avoir un effet maximal, les actions/sollicitations doivent être combinées en respectant la famille de chacune d'elles (c.-à-d. de même nature : les efforts normaux avec les efforts normaux, les charges avec les charges etc.), pour ce faire :

- a) le principe de superposition est applicable,
- b) il est affecté à chaque type d'action/de sollicitation, un coefficient de sécurité partiel selon les normes en vigueur.
- c) Déterminer la ou les combinaisons qui engendreraient les cas les plus favorables/défavorables dans les éléments de la construction.

Dans ce document nous utiliserons les combinaisons non exhaustives suivantes (pour plus de détail se réferez à la norme BAEL), les notations utilisées dans ces dernières sont :

- G_{\max} : l'ensemble des actions permanentes défavorables
- G_{\min} : l'ensemble des actions permanentes favorables
- Q_1 : action variable.
- Q_i : action variable d'accompagnement (avec $i > 1$).
- A : action accidentelle.

Les exemples suivants éclaircis d'avantage les notions relatives aux termes G_{\max} , G_{\min} et Q

Exemple II.3 :

Soit un mur cantilever en béton armé ci-contre (figure II.1). En sachant que « W_T » représente le poids des terres sur la semelle arrière, « W_B » la résultante totale du poids du béton, « P_a » la poussée active des terres et « P_p » la poussée passive. Donnez une classification de chaque action en fonction de sa nature tout en argumentant.

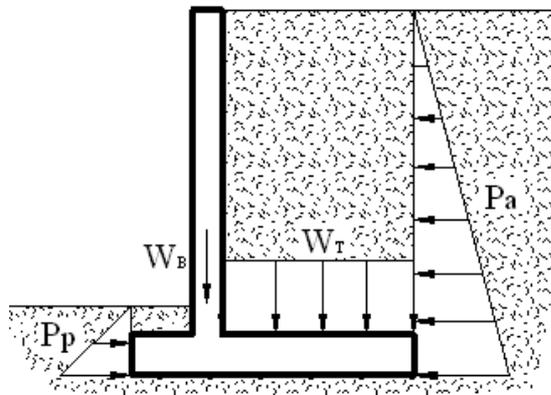


Fig II.1 Exemple d'actions que peut subir mur de soutènement.

Solution :

Toutes les actions représentées dans la figure II.1, sont des actions permanentes qu'on note « G ». Cette classification est due au fait, qu'aucune de ces actions ne diminue au court du temps, c'est-à-dire qu'elles sont de nature invariable.

Si on fait une étude de stabilité du mur, on distinguera alors deux sortes d'actions : favorables et défavorables. La poussée active notée « p_a », provoque un moment de renversement. Ce qui fait d'elle une action permanente défavorable, ou « G_{\max} ». Tandis que, le poids des terres sur la semelle arrière « W_T », la résultante totale du poids du béton « W_B » ainsi que la butée « P_p » ont tous une action stabilisante. Ceci permet de les classifiés en tant que famille d'actions permanentes favorables, ou « G_{\min} ».

Exemple II.4 :

En reprenant le même exemple précédent avec ajout d'une surcharge « q » à l'arrière du mur (figure II.2). Donnez la classification de chaque action en fonction de sa nature.

Solution :

Comme déjà énoncé plus haut, la poussée active « p_a » est une action permanente défavorable, ou « G_{max} ». Le poids des terres sur la semelle arrière « W_T », la résultante totale du poids du béton « W_B » ainsi que la butée « P_p » sont des actions permanentes favorables, ou « G_{min} ». Concernant, le poids de la surcharge sur la semelle notée « q » ainsi que la poussée due à la surcharge « p_q ». Ce sont tous, des actions d'exploitation notées « Q_1 » au sens du BAEL. Cette classification, est motivée par le fait que les actions engendrées par « q » peuvent varier en fonction du temps (à titre d'exemple « q » peut être une surcharge routière).

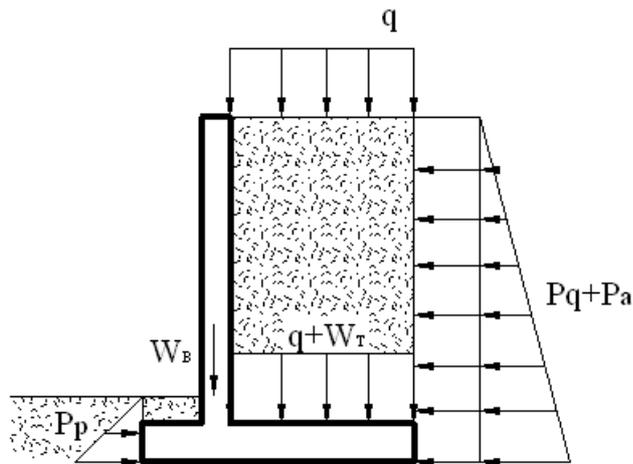


Fig II.2 Exemple d'actions que peut subir mur de soutènement, cas avec surcharge d'exploitation.

II.4.1 Combinaisons d'actions à l'état limite ultime, fondamentale (ELU)

D'après le BAEL, lors des situations durables ou transitoires, il y a lieu de considérer les combinaisons suivantes :

$$1,35G_{max} + G_{min} + \gamma_{Q1} Q_1 + \sum 1,3\psi_{0i} Q_i$$

II. 1

La vérification des états limites ultimes de résistance, du bâtiment en situation d'exploitation, impose d'appliquer les combinaisons suivantes :

$$1,35G_{\max} + G_{\min} + \left\{ \begin{array}{l} 1,5 \left\{ \begin{array}{l} Q_B \\ W \\ S_n \end{array} \right. \\ 1,35T \end{array} \right. + 1,3 \left\{ \begin{array}{l} 0,77.S_n \\ 0,77W \\ \psi_0.Q_B \\ 0,77.S_n + \psi_0.Q_B \\ 0,77.W + \psi_0.Q_B \\ 0,77.S_n + 0,77.W \end{array} \right. + 1,3\{0,8 [T] \} \quad \text{II. 2}$$

Avec ;

Q_B : surcharge d'exploitation, W : vent, S_n ; neige et T : température.

γ_{Q_i} : coefficient de majoration égal à 1,5 dans le cas général (1,35 dans des cas bien précis voir le BAEL).

ψ_0 : coefficient égal à 0,77 pour tous les locaux à l'exception des archives et des parcs de stationnement où ψ_0 est égal à 0,9.

Exemple II.5 :

En considérant le cas du bâtiment en situation d'exploitations. Déterminez toutes les combinaisons d'actions à ELU, en fonction des charges G, Q, W et S_n .

Solution :

D'après les formules II.1 et II.2, les combinaisons possibles à l'ELU sont :

- 1) $1.35G_{\max} + G_{\min}$
- 2) $1.35G_{\max} + G_{\min} + 1.5Q_B$
- 3) $1.35G_{\max} + G_{\min} + 1.5Q_B + 1.3 \cdot 0.77W$
- 4) $1.35G_{\max} + G_{\min} + 1.5Q_B + 1.3 \cdot 0.77S_n$
- 5) $1.35G_{\max} + G_{\min} + 1.5Q_B + 1.3 \cdot 0.77(W + S_n)$
- 6) $1.35G_{\max} + G_{\min} + 1.5W$
- 7) $1.35G_{\max} + G_{\min} + 1.5W + 1.3 \cdot 0.77S_n$

- 8) $1.35G_{\max}+G_{\min}+1.5W+1.3* \Psi_0*Q_B$
- 9) $1.35G_{\max}+G_{\min}+1.5W+1.3*(0.77S_n+\Psi_0*Q_B)$
- 10) $1.35G_{\max}+G_{\min} +1.5 S_n$
- 11) $1.35G_{\max}+G_{\min} 1.5 S_n +1.3*0.77W$
- 12) $1.35G_{\max}+G_{\min}+1.5 S_n +1.3* \Psi_0*Q_B$
- 13) $1.35G_{\max}+G_{\min}+1.5 S_n +1.3*(0.77W+\Psi_0*Q_B)$

II.4.2 Combinaisons d'actions à l'état limite de service (ELS)

À l'état limite de service « ELS », les combinaisons dites combinaisons rares sont :

$$\boxed{G_{\max} + G_{\min} + Q_1 + \sum \psi_{0i} Q_i} \quad \text{II. 3}$$

Pour la vérification des états limites de services, dans le cas du bâtiment, les combinaisons à considérer sont :

$$\boxed{G_{\max} + G_{\min} + \begin{cases} Q_B \\ W \\ S_n \\ T \end{cases} + \begin{cases} 0,77.W \\ 0,77.S_n + \{0,6T \\ \psi_0 \cdot Q_B \end{cases}} \quad \text{II. 4}$$

Avec ;

Q_B : surcharge d'exploitation, W : vent, S_n ; neige et T : température et ψ_0 est égal à 0.77 pour tous les locaux à l'exception des archives et des parcs de stationnement dans ce cas ψ_0 est égal à 0.9.

Exemple II.6 :

Déterminez toutes les combinaisons d'actions possibles à ELS en fonction des charges (G, Q) uniquement.

Solution :

D'après les formules II.3 et II.4, les combinaisons possibles à l'ELS sont :

- 1) $G_{\max}+G_{\min}$
- 2) $G_{\max}+G_{\min} +Q_B$

II.4.3 Combinaisons d'actions accidentelles (ELA)

Le présent document ne traite pas les cas de charges accidentelles. Toutefois, pour les cas sismiques, on se doit se tourner vers le règlement RPA 99 version 2003 relatif aux bâtiments ou à l'RPOA 2008 dans le cas des ouvrages d'arts.

II.5 Etat limite ultime, ELU

II.5.1 Hypothèses de calcul

Les hypothèses de calcul sont énumérées ci-dessous (BAEL article A.4.3,2) :

- Les sections droites restent planes après déformation ;
- L'adhérence parfaite entre l'acier et le béton c.-à-d., qu'il n'y a pas de glissement relatif entre les armatures et le béton. Les déformations des deux matériaux sont proportionnelles à leur distance par rapport à l'axe neutre de la section en béton armé ;
- La résistance à la traction du béton est négligée ;
- La déformation est limitée à 10 ‰ pour l'acier, à 3,5 ‰ pour un béton fléchi et à 2 ‰ pour un béton comprimée (en compression simple) ;
- Le diagramme déformations-contraintes du béton est défini selon la forme parabole rectangle ;
- Le diagramme de calcul des aciers est un diagramme bilinéaire à palier horizontale ;
- Le centre de gravité de la section d'un groupe de plusieurs barres, tendues ou comprimées, est supposé concentré à celui de l'ensemble des barres ;

La règle des « trois pivots », illustre de manière graphique l'hypothèse relative à la limitation des déformations de l'acier et du béton voir figure II.3. Les trois pivots (A, B et C) sont ainsi définis par l'article A.4.3,2 du BAEL comme suit :

Le domaine 1 (pivot A), allongement maximal de l'acier égal à 10 ‰. Le pivot A, est utilisé dans le cas de la traction simple et de la flexion simple ou composée.

Le domaine 2 (pivot B), limitation de la fibre de béton la plus comprimée à 3.5×10^{-3} . Le pivot B, est utilisé en flexion simple uniquement.

Le domaine 3 (pivot C), le raccourcissement de la fibre de béton la plus comprimée, se situe au $3/7^{\text{ème}}$ de la hauteur «h» (figure II.3) et est limité à 2 ‰. Au pivot « C », on retrouve le cas des pièces en béton armé soumises à la flexion composée ou à la compression simple.

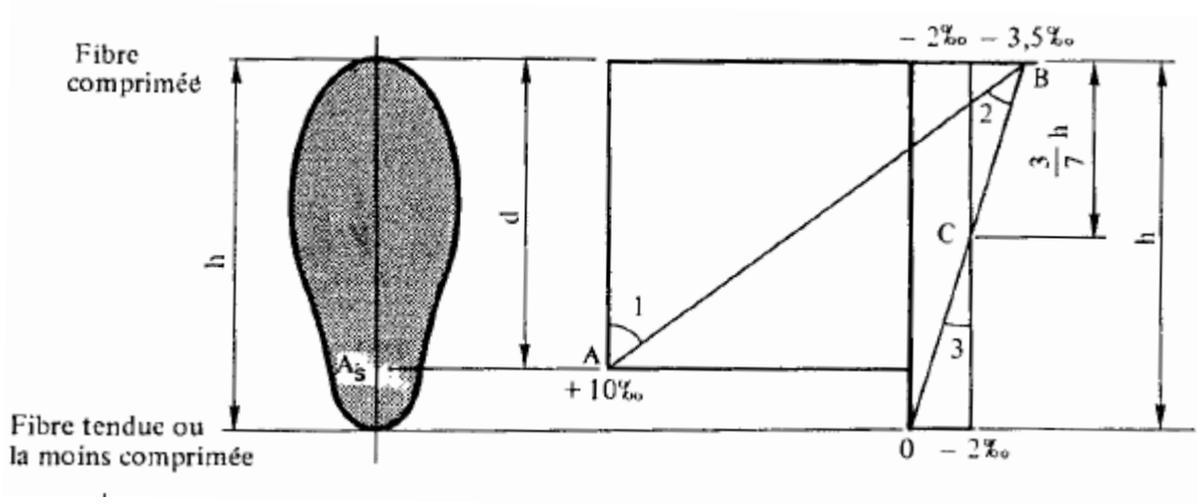


Fig II.3 Règles des trois pivots, DTU P 18-702.

II.5.2 Principes de justifications

Les sollicitations de calculs combinées à partir des combinaisons d'actions fondamentales, ne doivent en aucun cas dépasser dans le sens défavorable la capacité portante des éléments en béton armé. Il s'agit, de vérifier que le vecteur représentant la sollicitation demeure à l'intérieur d'un domaine limite établi par le règlement BAEL 91 révisées 99.

II.6 Etat limite de service, ELS

II.6.1 Hypothèse de calculs

- Les sections droites restent droites après déformation ;
- L'adhérence parfaite, n'y a pas de glissement relatif entre les armatures et le béton en dehors du voisinage immédiat des fissures (BAEL, article A.4.5,1);
- Le béton tendu est négligé ;
- Le béton et l'acier sont considérés comme des matériaux linéairement élastiques, les effets du retrait et du fluage sont négligés ;
- D'après les règles BAEL, le rapport du module d'élasticité de l'acier sur celui du béton, noté « n » ou coefficient d'équivalence est égal à 15 ;
- Le centre de gravité de la section d'un groupe de plusieurs barres, tendues ou comprimées, est supposé concentré à celui de l'ensemble des barres.

II.6.2 Etats limites de service vis-à-vis de la durabilité de la structure

Les vérifications à effectuer portent sur l'article A.4.5 du BAEL :

- l'état limite de compression du béton ;

- l'état limite d'ouverture des fissures.

La contrainte de compression du béton est limitée à $0,6f_{c28}$. Par ailleurs, le dimensionnement des éléments en béton se fait aussi de telle manière qu'on limite les fissures susceptibles de dépasser la limite tolérable.

II.6.3 Etats limites de service vis-à-vis des déformations

Les justifications relatives à l'état limite de déformation, sont à présenter lorsque les déformations peuvent gêner l'utilisation de la construction ou engendrer des désordres dans cette dernière ou dans les éléments qu'elle supporte.

Chapitre III

Dimensionnement des sections soumises aux charges centrées

III.1 Compression simple

On considère conventionnellement comme soumis à une «COMPRESSION CENTREE» tout poteau sollicité (Perchat et Roux, 2002) :

- 1) par un effort normal de compression « N »,
- 2) par des moments n'intervenant pas dans les calculs de stabilité et de résistance des éléments qui lui sont liés lorsque les excentricités sont faibles (point d'application de l'effort normal à l'intérieur d'une zone déduite du noyau central par une homothétie de rapport 1/2). Dans un poteau sollicité en « compression centrée » le centre de gravité du béton et celui des armatures sont confondus.

III.1.1 Elancement

La compression a pour effet d'accentuer les excentricités. Lorsque la longueur de la pièce comprimée est grande par rapport à ses deux dimensions transversales. L'accroissement devient tel, qu'il risque de se produire un phénomène d'instabilité appelé « flambement ». La susceptibilité au flambement est définie en fonction de l'élancement. Ce dernier est caractérisé par la longueur de flambement et le rayon de giration :

$$\lambda = \frac{l_f}{i}$$

III. 1

Avec ;

$$i = \sqrt{\frac{I}{B}}$$

III. 2

i : rayon de giration de la section transversale.

I : moment d'inertie de la section transversale dans le plan de flambement.

B : aire de la section transversale.

l_f : longueur de flambement.

Remarque :

- Le flambement se produit dans le plan où l'élancement est maximal.

III.1.2 Longueur de flambement

La longueur de flambement, dépend des caractéristiques géométriques de la pièce en béton mais aussi des conditions d'appuis. La figure III.1 regroupe différents scénarios possibles.

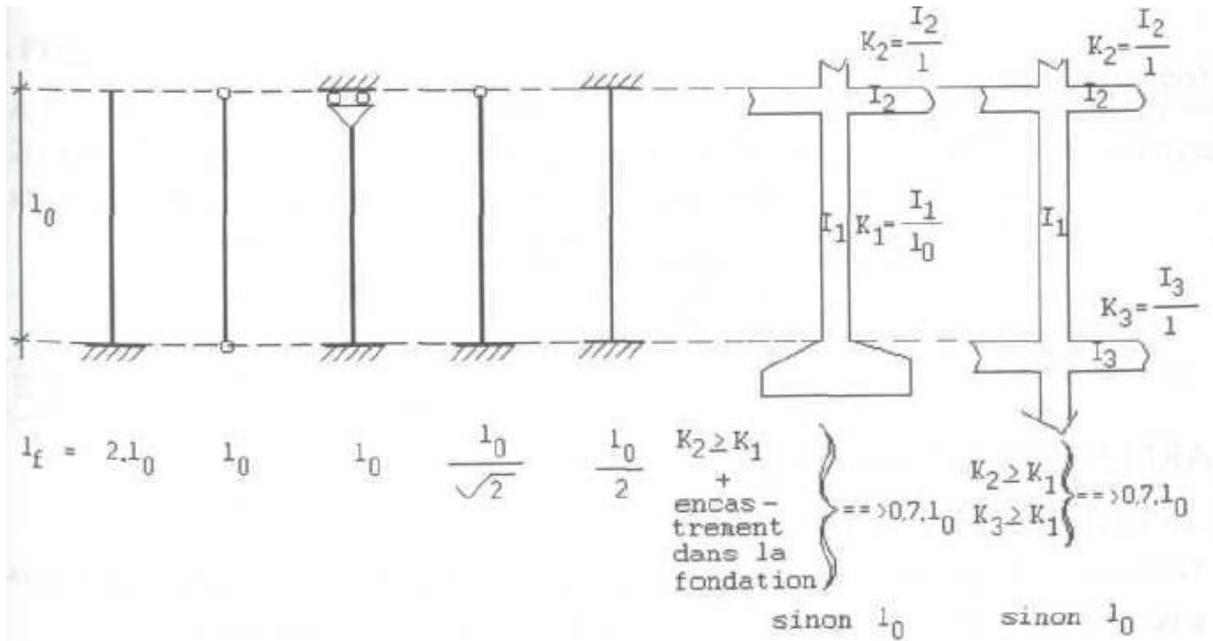


Figure III.1 Longueur de flambement, Perchat et Roux (2002).

III.1.3 Capacité portante d'une section comprimée

À l'état limite ultime, le raccourcissement du béton sous compression centrée est limité à 2/1000. Le digramme des déformations correspond à la verticale du pivot « C » (Perchat et Roux, 2002) :

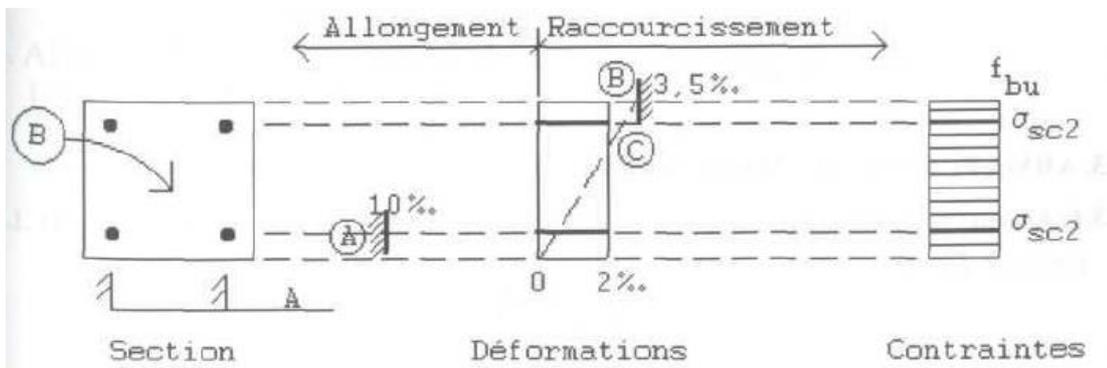


Figure III.2 Schéma de calcul en compression simple, Perchat et Roux (2002).

D'après la figure III.2, l'effort normal limite théorique est égal à :

$$N_{u\lim th} = B \cdot f_{c28} + A \cdot \sigma_{sc2}$$

Avec,

B : aire de la section de béton, A : section d'armature et σ_{sc2} : contrainte de compression dans les aciers.

L'effort théorique doit être modifié afin de tenir compte : des défauts d'exécutions, de la maturité du béton à l'âge de sa mise en charge, de l'effet du second ordre et des coefficients de sécurités.

L'effort de compression limite réglementaire devient alors :

$$k \cdot \beta \cdot N_u = \frac{B_r \cdot f_{bu}}{0,9} + 0,85 \cdot A \cdot f_{ed}$$

III. 3

Avec,

B_r : Section réduite du béton, égale à $((a-2) \times (b-2))$ en $[\text{cm}^2]$ pour une section rectangulaire $(a \times b)$ et $(\pi(r-1)^2)$ en $[\text{cm}^2]$ pour une section circulaire de rayon r .

$$\frac{0,85}{\alpha} = \beta = \begin{cases} 1 + 0,2 \cdot \left(\frac{\lambda}{35}\right)^2 & \lambda \leq 50 \\ 0,85 \cdot \frac{\lambda^2}{1500} & 50 < \lambda \leq 70 \end{cases}$$

III. 4

Avec,

$k=1,1$ si plus de la moitié des charges est appliquée à $j > 90$ jours,

$k=1,2$ et f_{c28} à remplacer par f_{cj} , si la majorité des charges est appliquée avant 28 jours,

$k=1$ dans les autres cas.

Remarque :

Si $\lambda > 35$, selon Perchat et Roux (2002) on doit prendre en compte uniquement les aciers les pochés en noir (figure III.3).

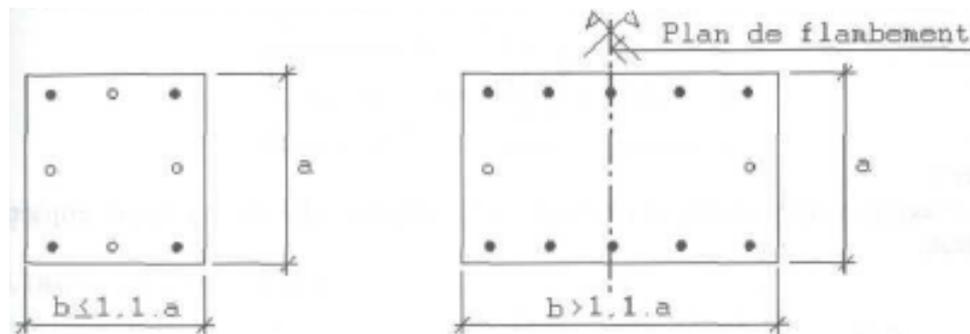


Figure III.3 Acier à prendre en compte dans le cas où $\lambda > 35$, Perchat et Roux (2002).

III.I.4 Calcul des armatures longitudinales à l'ELU

Le béton à lui seul, équilibre une force d'intensité :

$$N_b = \frac{B_r \cdot f_{bu}}{0,9} \quad \text{III. 5}$$

Les aciers doivent équilibrer, donc une force égale à :

$$N_s = A \cdot f_{ed} = \frac{k \cdot \beta \cdot N_u - N_b}{0,85} = \frac{k \cdot \beta \cdot N_u}{0,85} - \frac{B_r \cdot f_{bu}}{0,77} \quad \text{III. 6}$$

D'où une section d'acier éventuels, égale à :

$$A = A_u = \frac{N_s}{f_{ed}} \quad \text{III. 7}$$

On doit vérifier que la section d'armatures respecte aussi la condition suivante :

$$A_{\min} \leq A \leq A_{\max} \quad \text{III. 8}$$

Avec,

$$A_{\min} = \text{Max} \left\{ \begin{array}{l} 4\text{cm}^2 / \text{m de périmètre} \\ 0,2 \frac{B}{100} \end{array} \right. \quad \text{III. 9}$$

$$A_{\max} = 5 \cdot \frac{B}{100} \quad \text{III. 10}$$

III.I.5 Armatures transversales

Le diamètre de l'armature transversale doit respecter les deux conditions suivantes :

$$\begin{cases} \phi_t \approx \frac{1}{3} \phi_L \\ \phi_t \leq 12mm \end{cases}$$

III. 11

L'espace des armatures transversales en zone courante est :

$$st \leq \text{Min} \begin{cases} 15\phi_t \text{ min } A \geq A_{\text{min}} \\ a + 10cm \\ 40cm \end{cases}$$

III. 12

Avec,

a, représente la plus petite dimension transversale dans le plan de flambement.

III.I.6 Prédimensionnement

Pour un prédimensionnement, la section transversale doit vérifier :

$$B_r \leq \frac{k \cdot \beta \cdot N_u}{\frac{f_{bu}}{0,9} + 0,85 \cdot \frac{A}{B_r} \cdot f_{ed}}$$

III. 13

D'après Perchat et Roux, (2002), le rapport A/B_r peut prendre la valeur 1 % et $\beta = 1,20$ ce qui correspond à un élancement $\lambda = 35$.

III.2 Traction simple

Une pièce en béton armé est sollicitée en traction simple lorsque les forces agissant à gauche d'une section droite Σ se réduisent au centre de gravité de la section à une force unique N (effort normal) perpendiculaire à Σ et dirigée vers la gauche. Le béton tendu étant négligé, le centre de gravité de la section droite doit être confondu avec celui de la section des armatures (Perchat et Roux, 2002).

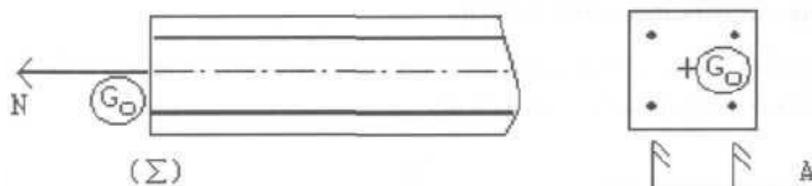


Figure III.4 Illustration de l'effort de traction, Perchat et Roux (2002).

III.2.1 Condition de non fragilité

La sollicitation fissurant le béton, ne doit pas entraîner le dépassement de la limite élastique des aciers « f_e ».

$$A_{\min} = \frac{B \cdot f_{t28}}{f_e}$$

III. 14

III.2.2 Calcul à l'ELU (fissuration peu préjudiciable)

D'après Perchat et Roux (2002), si les aciers sont de classe Fe E500, le dimensionnement se fait à uniquement à l'ELU (le calcul à l'ELS est inutile).

Le calcul ELU à la traction simple néglige le béton tendu, la section d'armature est donc calculée par :

$$A_u = \frac{N_u}{f_{ed}}$$

III. 15

Il faut en outre vérifier que $A_u \geq A_{\min}$

III.2.3 Calcul à l'ELS (fissurations préjudiciable et très préjudiciable)

III.2.3.1 Contraintes limites des aciers tendues

- Fissuration préjudiciable :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Aciers RL} \quad \bar{\sigma}_s = \frac{2}{3} f_e \\ \text{Aciers HA} : \bar{\sigma}_s = \text{Max} \left\{ \begin{array}{l} 0,5 \cdot f_e \\ 110 \sqrt{\eta \cdot f_{tj}} \end{array} \right. \end{array} \right. \quad [MPa]$$

III. 16

- Fissuration très préjudiciable :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Aciers RL} \quad \bar{\sigma}_s = 0,8 \frac{2}{3} f_e \\ \text{Aciers HA} : \bar{\sigma}_s = \text{Max} \left\{ \begin{array}{l} 0,4 \cdot f_e \\ 88 \sqrt{\eta \cdot f_{tj}} \end{array} \right. \end{array} \right. \quad [MPa]$$

III. 17

Avec,

$$\eta = \begin{cases} 1 & RL \\ 1,3 & HA \quad \phi < 6mm \\ 1,6 & HA \quad \phi \geq 6mm \end{cases}$$

III.2.3.2 Calcul des armatures longitudinales

La section d'armature à prévoir dans ce cas, est égale à :

$$A_{ser} = \frac{N_{ser}}{\sigma_s}$$

III. 18

En outre, il faut aussi vérifier que $A_u \geq A_{min}$

III.2.3.3 Vérification des contraintes

Il faudrait vérifier la condition suivante :

$$\sigma_s = \frac{N_{ser}}{A} \leq \overline{\sigma_s}$$

III. 19

Avec ;

$$A = (m - p) \cdot \frac{\pi \cdot \phi^2}{4}$$

m : nombre total de barres,

p : nombre de coupures par longueur de scellement droit.

III.2.4 Armatures transversales

En zone de recouvrement, l'espacement des armatures transversales est égal à :

$$\frac{A_t}{s_t} \cdot f_{et} = m \cdot \pi \cdot \phi \cdot \tau_{su}$$

III. 20

Avec,

$$\tau_{su} = 0,6 \cdot \psi_s^2 \cdot f_{ij}$$

III. 21

Où,

s_t : Espacement des armatures transversales, m : nombre de barres longitudinales, f_{ct} et A_t : représentent la contrainte et section d'armatures transversale respectivement, ψ_s coefficient de scellement, f_{tj} résistance à la traction du béton à « j » jours, ϕ diamètre des barres longitudinales et τ_{su} contrainte limite d'adhérence (voir chapitre V).

En zone courante, l'espacement des armatures transversales est égal à :

$$s_t \leq a$$

III. 22

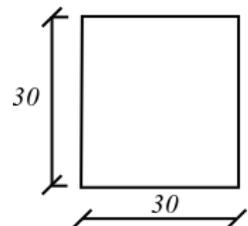
Avec,

a : la plus petite dimension transversale de la pièce.

Exemple III.1 :

Calculer les armatures longitudinales d'une section en béton armé de $(30 \times 30) \text{ cm}^2$, avec :

- Un effort de compression ultime $N_u = 1095 \text{ kN}$ d'une durée supérieure à 24 H,
- La moitié de la charge agit avant 90 jours,
- Béton $f_{c28} = 25 \text{ MPa}$
- Acier Fe E 400
- Enrobage 2,5 cm
- Longueur de flambement $l_f = 3,00 \text{ m}$.



Solution :

1) Calcul de la réduction des contraintes dans le béton et l'acier :

$\theta = 1$ (Durée d'application de la charge supérieure à 24H), $\gamma_b = 1.5$ (état limite ultime, fondamental) et $\gamma_s = 1.15$ (État limite ultime, fondamental).

2) Calcul des résistances réglementaires :

$$f_{bu} = 0,85 \frac{f_{c28}}{\theta \gamma_b} = 0,85 \frac{25}{1 \times 1,5} = 14,16 MPa$$

$$f_{ed} = \frac{f_e}{\gamma_s} = \frac{400}{1,15} = 347,82 MPa$$

3) Calcul de l'élanement :

$$\lambda = \frac{l_f}{i}$$

Avec,

$$i = \sqrt{\frac{I}{B}},$$

$B = a^2$ (Aire du béton),

$I_{fa} = I_{fb} = \frac{a^4}{12}$ (Inerties égales dans les deux directions transversales pour une section carrée).

$$\lambda = \text{Max} \left\{ \begin{array}{l} \frac{l_{fa} \cdot \sqrt{12}}{a} \\ \frac{l_{fb} \cdot \sqrt{12}}{b} \end{array} \right. \Rightarrow \frac{l_{fa} \cdot \sqrt{12}}{a} = \frac{l_{fb} \cdot \sqrt{12}}{b} \text{ (Section carré)}$$

$$\lambda = \frac{l_{fa} \cdot \sqrt{12}}{a} = \frac{3 \times 10^2 \times \sqrt{12}}{30} = 34,64$$

Puisque $\lambda \leq 50$ alors :

$$\beta = 1 + 0,2 \cdot \left(\frac{\lambda}{35} \right)^2 = 1 + 0,2 \cdot \left(\frac{34,64}{35} \right)^2 = 1,195$$

$k=1,1$ car la moitié des charges est appliquée à $j > 90$ jours,

4) La section réduite du béton est égale :

$$B_r = (30 - 2) \cdot (30 - 2) = 784 \text{ cm}^2$$

5) Calcul de l'effort de compression repris par les aciers :

$$N_s = \frac{k \cdot \beta \cdot N_u}{0,85} - \frac{B_r \cdot f_{bu}}{0,77} = \frac{1,1 \times 1,195 \times 1095 \times 10^{-3}}{0,85} - \frac{784 \cdot 10^{-4} \times 14,16}{0,77} = 0,251 \text{ MN}$$

$$A_u = \frac{N_s}{f_{ed}} = \frac{0,251 \times 10^4}{347,82} = 7,21 \text{ cm}^2$$

6) Vérification du ferrailage minimal et maximal :

$$A_{\min} \leq A \leq A_{\max}$$

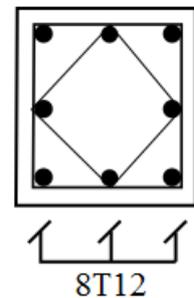
$$A_{\min} = \text{Max} \begin{cases} 4 \text{ cm}^2 / \text{m de périmètre} \\ 0,2 \frac{B}{100} \end{cases} = \text{Max} \begin{cases} 4 \times (0,3 + 0,3) \times 2 = 4,8 \text{ cm}^2 \\ 0,002(30 \times 30) = 1,8 \text{ cm}^2 \end{cases} = 4,8 \text{ cm}^2$$

$$A_{\max} = 0,05(30 \times 30) = 45 \text{ cm}^2$$

$$A_{\min} \leq A \leq A_{\max} \text{ OK}$$

7) Choix du ferrailage :

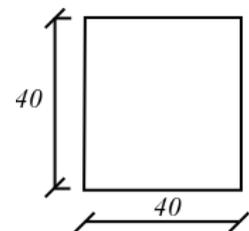
On prévoit donc $8T12 = 8 \times 1,13 = 9,04 \text{ cm}^2$



Exemple III.2 :

Calculez la section d'armature d'un tirant de $(40 \times 40) \text{ cm}^2$ en considérant :

- une fissuration très préjudiciable,
- un effort de traction à l'état limite de service, $N_s = 250 \text{ kN}$,
- $f_{c28} = 25 \text{ MPa}$,
- Fe E 500.



Solution :

1) Calcul des résistances réglementaires :

$$f_{t28} = 0,6 + 0,06 f_{c28}$$

$$f_{t28} = 0,6 + 0,06 \times 25 = 2,1 \text{ MPa}$$

Fissuration très préjudiciables, les aciers employés doivent être des aciers de haute adhérence « HA », la contrainte admissible des aciers vaut :

$$\eta = \begin{cases} 1 & RL \\ 1,3 & HA \quad \phi < 6mm \Rightarrow \eta = 1,6 \\ 1,6 & HA \quad \phi \geq 6mm \end{cases} \quad \text{car} \quad \phi \geq 6mm$$

$$\text{Aciers HA: } \bar{\sigma} = \text{Max} \left\{ \frac{0,4 \cdot f_e}{88 \sqrt{\eta \cdot f_{tj}}} = \text{Max} \left\{ \frac{0,4 \cdot 500}{88 \sqrt{1,6 \cdot 2,1}} = 161,3 \right. \right. \Rightarrow \bar{\sigma} = 200 \text{MPa}$$

2) Calcul du ferrailage

$$A_{ser} = \frac{N_{ser}}{\sigma_s} = \frac{250 \cdot 10^{-3} \cdot 10^4}{200} = 12,5 \text{ cm}^2$$

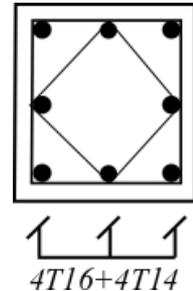
3) Calcul de A_{min} :

$$A_{min} = \frac{B \cdot f_{t28}}{f_e} = \frac{40 \cdot 40 \cdot 2,1}{500} = 8,4 \text{ cm}^2$$

On prend $A_{ser} = 12,5 \text{ cm}^2 > A_{min}$

4) Choix du ferrailage :

On choisit donc $4T16+4T14 = 4 \times (2,01+1,54) = 14,2 \text{ cm}^2$



Chapitre IV

Calcul des sections en béton armé soumises à la flexion simple

IV.1 Equilibre général d'une section fléchie

Soit une section en béton armé de forme quelconque, illustrée par la figure IV.1. Cette dernière, est sollicitée par un moment de flexion « M_f » plus ou moins faible. En négligeant la partie tendue du béton, ce moment peut être décomposé en un couple d'efforts internes, avec :

$$M_f = F_{st} \cdot z = F_{bc} \cdot z \quad \text{IV.1}$$

Où : F_{bc} , Effort de compression dans le béton, F_{st} : Effort de traction dans les aciers tendus et z : bras de levier.

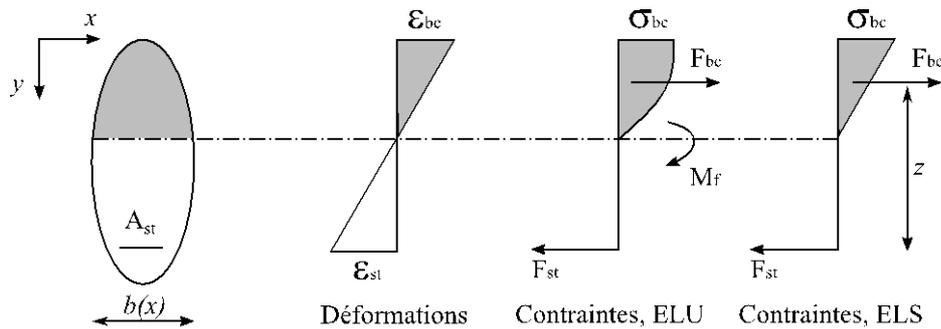


Fig IV.1 Equilibre d'une section fléchie.

L'effort de compression dans le béton comprimé, vaut :

$$F_{bc} = \int_0^x \int_0^y \sigma_{bc}(y) b(x) dx dy \quad \text{IV.2}$$

Avec, $\sigma_{bc}(y)$: Contrainte de compression à l'ordonnée y , $b(x)$: largeur variable de la section.

La force de traction dans les aciers est égale à :

$$F_{st} = A_{st} \sigma_{st} \quad \text{IV.3}$$

Avec, A_{st} : section d'armatures tendues et σ_{st} : contrainte dans les armatures tendues.

L'équilibre de la section, se fait donc par :

$$F_{st} = F_{bc} \quad \text{IV.4}$$

IV.2 Cas courant d'une section rectangulaire, calcul en fissuration peu préjudiciable

Les sections en béton armé peuvent être de différentes formes à savoir : rectangulaire, en T etc. Dans ce chapitre, on se résume uniquement aux calculs d'une section rectangulaire simple. Pour de plus de détails, le lecteur peut consulter d'autres sources, à titre d'exemple Perchat et Hueber (s. d.); Perchat et Roux (2002).

IV.2.1 Cas sans armatures comprimées

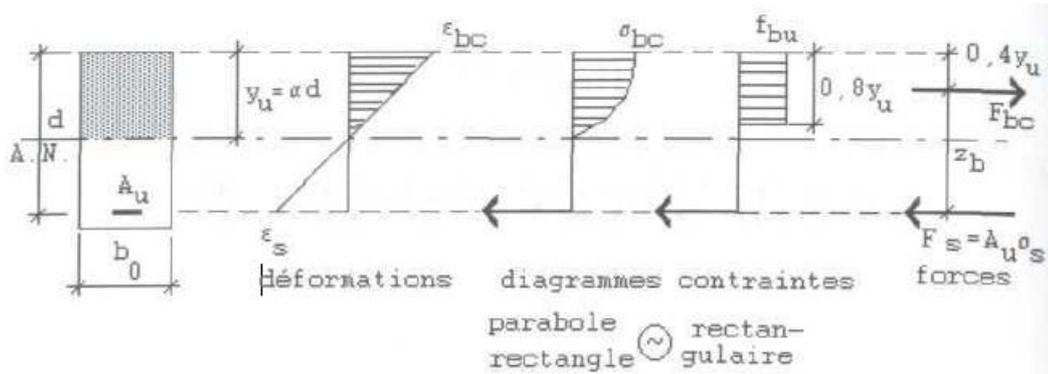


Fig IV.2 Equilibre d'une section fléchie à ELU sans armatures comprimées, Perchat et Roux (2002).

Pour le calcul des sections d'acier à l'ELU, le BAEL 91 s'appuie sur le diagramme non linéaire « parabole rectangle ». Par ailleurs, pour des raisons de simplicités, le règlement autorise aussi l'utilisation du diagramme «rectangle équivalent» voir figure IV.2. Les équations d'équilibres sont:

$$\begin{cases} F_{bc} = 0,8 \cdot b_0 \cdot y_u \cdot f_{bu} \\ z_b = d - 0,4 y_u \\ M_u = F_{bc} \cdot z_b = F_{st} \cdot z_b \end{cases} \rightarrow \boxed{M_u = 0,8 \cdot b_0 \cdot y_u \cdot f_{bu} \cdot (d - 0,4 \cdot y_u)} \quad \text{IV. 5}$$

Où, M_u : moment de calcul à l'ELU, F_{bc} : force de compression dans le béton comprimé, F_{st} : force de traction dans les aciers tendus, z_b : bras de levier, d : distance de la fibre la plus comprimée jusqu'au CDG des aciers tendus, y_u : position de l'axe neutre, b_0 largeur de la section et f_{bu} : contrainte réglementaire du béton comprimé.

$$\boxed{f_{bu} = 0,85 \frac{f_{c28}}{\theta \gamma_b}} \quad \text{IV. 6}$$

Avec,

Le coefficient de sécurité partiel γ_b égal à 1,5 dans les cas courants (voir chapitre I).

Pour simplifier le problème, un moment réduit noté μ_{bu} ainsi qu'un coefficient α sont introduits, avec :

$$\boxed{\mu_{bu} = \frac{M_u}{b_0 \cdot d^2 \cdot f_{bu}} = 0,8 \cdot \alpha \cdot (1 - 0,4 \alpha)} \quad \text{IV. 7}$$

Où, α : paramètre adimensionnel définition la position de l'axe neutre égal à ;

$$\alpha = \frac{y_u}{d}$$

IV. 8

La résolution de l'équation du moment réduit (du deuxième degré) donne :

$$\alpha = 1,25 \cdot (1 - \sqrt{1 - 2 \cdot \mu_{bu}})$$

IV. 9

En sachant que

$$F_{st} = \sigma_s \cdot A_u \text{ et } M_u = F_{bc} \cdot z_b = F_{st} \cdot z_b \text{ avec } z_b = d(1 - 0,4\alpha)$$

Où, σ_s : contrainte dans les aciers tendus, qui reste à déterminer voir détails ci-dessous.

La section d'armature tendue peut être alors calculée par,

$$A_u = \frac{M_u}{z_b \cdot \sigma_s}$$

IV. 10

Afin de déduire la contrainte « σ_s » dans les aciers tendus on doit connaître la déformation correspondante. Pour cela, on fait appel à la règle des trois pivots. Par ailleurs, seuls les pivots « A » et « B » sont utilisés en flexion simple. En fonction des déformations illustrées par la figure IV.3, les pivots « A » et « B » peuvent être délimités, soit par :

$$\alpha_{AB} = \frac{\varepsilon_{bc}}{\varepsilon_{bc} + \varepsilon_s} = \frac{3,5\text{‰}}{3,5\text{‰} + 10\text{‰}} = 0,259$$

IV. 11

Ou par,

$$\mu_{AB} = 0,8 \cdot \alpha_{AB} \cdot (1 - 0,4\alpha_{AB}) = 0,186$$

IV. 12

Avec, α_{AB} et μ_{AB} : paramètres définissant la séparation entre les pivots « A » et « B », ε_{bc} : déformation du béton comprimé et ε_s déformation des aciers tendus.

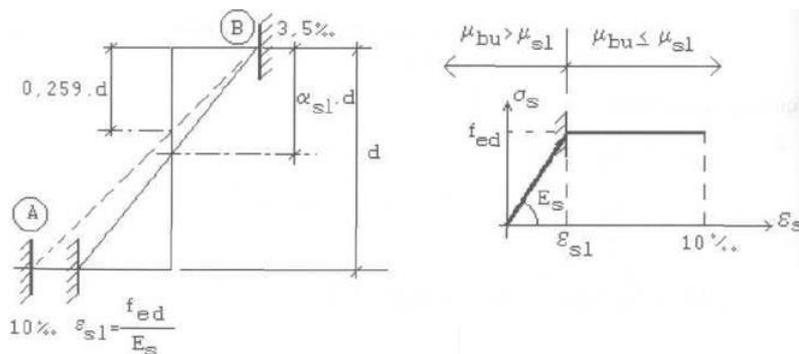


Fig IV.3 Pivots A et B, Perchat et Roux (2002).

La démarche à suivre pour le calcul de la contrainte σ_s est la suivante :

$$\begin{cases} \alpha \leq 0,259 \Rightarrow \text{"pivot A"} \Rightarrow \varepsilon_s = 10\text{‰} \\ \alpha > 0,259 \Rightarrow \text{"pivot B"} \Rightarrow \varepsilon_{bc} = 3,5 \text{‰} \end{cases}$$

$$\varepsilon_s = \varepsilon_{bc} \frac{1-\alpha}{\alpha} \rightarrow \begin{cases} \varepsilon_s < f_{ed} / E_s \Rightarrow \sigma_s = E_s \cdot \varepsilon_s \\ \varepsilon_s \geq f_{ed} / E_s \Rightarrow \sigma_s = f_{ed} \end{cases} \quad \text{IV. 13}$$

Où, E_s : module de Young de l'acier égal à 200 000 MPa et f_{ed} : contrainte réglementaire de calcul des aciers, donnée par.

$$f_{ed} = \frac{f_e}{\gamma_s} \quad \text{IV. 14}$$

Avec, γ_s : coefficient de sécurité égal à 1,15 dans les cas courants (voir chapitre I).

Les hypothèses du BAEL stipulent que, les calculs à l'état limite de service doivent se faire uniquement en élasticité. La répartition des contraintes dans le béton, est donc triangulaire. Par ailleurs, la contrainte du béton comprimée doit être limitée à $\overline{\sigma}_{bc} = 0,6 \cdot f_{c28}$ toute en négligeant le béton tendu.

En fissuration peu préjudiciable, on doit tenir compte d'une section d'acier $A = \max(A_u, A_{ser})$ donc un double calcul s'impose. Pour éviter cela, Perchat et Roux (2002) proposent une solution assez simple. Cette dernière, fait l'hypothèse que : si le moment réduit à l'ELU noté « μ_{bu} » est inférieur au moment réduit limite noté « μ_{lu} » défini par les équations ci-dessous. Alors, il y aura toujours un « $A_u > A_{ser}$ ». À la base, le moment « μ_{lu} » a été formulé en posant « $A_u = A_{ser}$ ». Si « μ_{lu} » vient à être dépassé, des armatures comprimées doivent être prévues. Et ce afin de se prémunir d'un dépassement par compression du béton. Le moment limite ultime réduit « μ_{lu} », est calculable par les formules approchées de Perchat et Roux (2002) :

- Fe E 500 et $f_{c28} \leq 30\text{MPa}$, avec f_{c28} en MPa et $\gamma = M_u / M_{ser}$.

$$10^4 \mu_{lu} = 3220 \cdot \theta \cdot \gamma + 51 \frac{f_{c28}}{\theta} - 3100 \quad \text{IV. 15}$$

- Fe E 400 et $f_{c28} \leq 30\text{MPa}$, avec f_{c28} en MPa et $\gamma = M_u / M_{ser}$.

$$10^4 \mu_{lu} = 3440 \cdot \theta \cdot \gamma + 49 \frac{f_{c28}}{\theta} - 3050 \quad \text{IV. 16}$$

Toutefois, la valeur de « μ_{lu} » est bornée par « μ_{sl} » (moment réduit élastique) donné par :

$$\mu_{sl} = 0,8 \cdot \alpha_{sl} \cdot (1 - 0,4 \alpha_{sl})$$

IV. 17

Avec,

$$\alpha_{sl} = \frac{3,5\%}{3,5\% + f_{ed} / E_s}$$

IV. 18

IV.2.2 Cas avec armatures comprimées

Si le moment réduit « μ_{bu} » à l'ELU est supérieur au moment limite ultime réduit « μ_{lu} », des aciers comprimés seront requis. Pour les besoins de calcul, la section est décomposée en deux parties fictives notées « 1 » et « 2 » voir figure IV.4 :

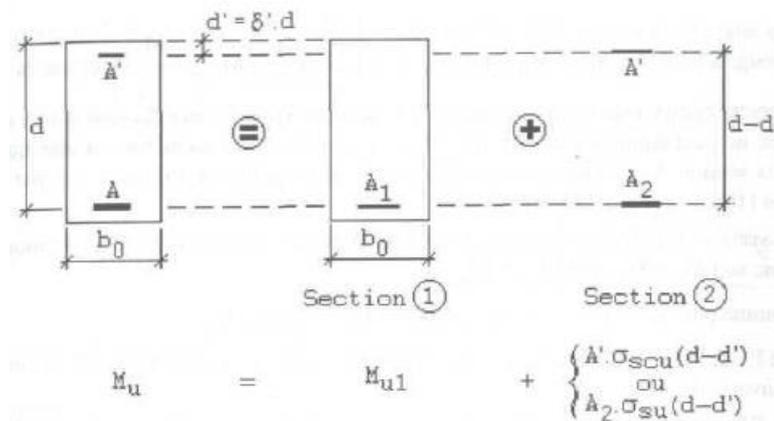


Fig IV.4 Equilibre d'une section fléchie à ELU avec armatures comprimées, Perchat et Roux (2002).

Si le moment ultime « M_u » dépasse le moment limite ultime « M_{lu} ». La répartition des efforts se fait comme suit : la section fictive «1» équilibre un moment noté « $M_{u1} = M_{lu}$ » et la section fictive «2» équilibre quant à elle un moment « $M_{u2} = M_u - M_{lu}$ ». Pour éviter un double calcul ELU-ELS, une procédure simplifiée a été donnée par Perchat et Roux (2002), elle est comme suit :

a) Acier comprimés,

L'équilibre de section fictive « 2 » aboutit à une section d'armature comprimée « A'_u » égale à

$$A'_u = \frac{M_u - M_{lu}}{\sigma_{sce} (d - d')}$$

IV. 19

Et,

$$\sigma_{sce} = \text{Min} \begin{cases} \sigma_{scu} \approx f_{ed} \\ \gamma \cdot \sigma_{sc,ser} \end{cases}$$

Avec, σ_{sce} : contrainte équivalente dans les aciers comprimés, σ_{scu} : contrainte dans les aciers comprimés à l'ELU et $\sigma_{sc,ser}$: contrainte dans les aciers comprimés à l'ELS, f_{ed} : contrainte réduite de l'acier, d : distance de la fibre la plus comprimée jusqu'au CDG des aciers tendus et d' : distance de la fibre la plus comprimée jusqu'au CDG des aciers comprimés.

La valeur approchée de σ_{sce} est donnée par Perchat et Roux (2002) comme suit :

- Fe E 500 et $f_{c28} \leq 35MPa$

$$\sigma_{sce} = \text{Min} \begin{cases} 9 \cdot \gamma \cdot f_{c28} - \delta' (13 \cdot f_{c28} + 415) K \\ f_{ed} = 435 MPa \end{cases} \quad \text{IV. 20}$$

- Fe E 400 et $f_{c28} \leq 35MPa$

$$\sigma_{sce} = \text{Min} \begin{cases} 9 \cdot \gamma \cdot f_{c28} - 0,9 \cdot \delta' (13 \cdot f_{c28} + 415) K \\ f_{ed} = 348 MPa \end{cases} \quad \text{IV. 21}$$

$$\text{Avec, } \delta' = d' / d \text{ et } K = \begin{cases} 1 & \theta = 1,00 \\ 1,02 & \theta = 0,90 \\ 1,04 & \theta = 0,85 \end{cases}$$

b) aciers tendus,

L'équilibre de section fictive « 1 », permet le calcul de la section totale d'armature tendue « A_u » égale « $A_1 + A_2$ » voir figure IV.4:

$$A_u = \frac{M_{lu}}{z_{bl} \cdot f_{ed}} + A'_u \cdot \frac{\sigma_{sce}}{\sigma_{se}} \quad \text{IV. 22}$$

Avec,

$$\begin{cases} M_{lu} = \mu_{lu} \cdot b_0 \cdot d^2 \cdot f_{bu} \\ \alpha_l = 1,25 \left(1 - \sqrt{1 - 2\mu_{lu}} \right) \\ z_{bl} = d(1 - 0,4\alpha_l) \end{cases} \quad \text{IV. 23}$$

Où, σ_{sce} : contrainte équivalente dans les aciers comprimés de la section fictive « 2 », σ_{se} : contrainte équivalente dans les aciers tendus de la section fictive « 2 », M_{lu} : moment limite ultime, μ_{lu} : moment limite ultime réduit, z_{bl} : bras de levier, b_0 : largeur de la section, α_l : paramètre adimensionnel définissant la position l'axe neutre et d : distance de la fibre la plus comprimée jusqu'au CDG des aciers tendus et f_{bu} : contrainte réduite du béton.

La valeur approchée de σ_{se} est donnée par Perchat et Roux (2002) :

- Fe E 500 et $f_{c28} \leq 35MPa$

$$\sigma_{se} = \text{Min} \begin{cases} (13.f_{c28} + 415)K - 9.\gamma.f_{c28} \\ f_{ed} = 435MPa \end{cases} \quad \text{IV. 24}$$

-Fe E 400 et $f_{c28} \leq 35MPa$

$$\sigma_{se} = \text{Min} \begin{cases} 0,9.(13.f_{c28} + 415)K - 9.\gamma.f_{c28} \\ f_{ed} = 348 MPa \end{cases} \quad \text{IV. 25}$$

IV.3 Cas courant d'une section rectangulaire, calculs en fissuration préjudiciable et très préjudiciable

Le calcul à l'ELU en fissuration peu préjudiciable, limite uniquement la contrainte de compression du béton à « $0,6f_{c28}$ », c'est-à-dire, un calcul par compression du béton. En cas de fissuration préjudiciable ou très préjudiciable, les contraintes dans les aciers sont eux aussi limitées.

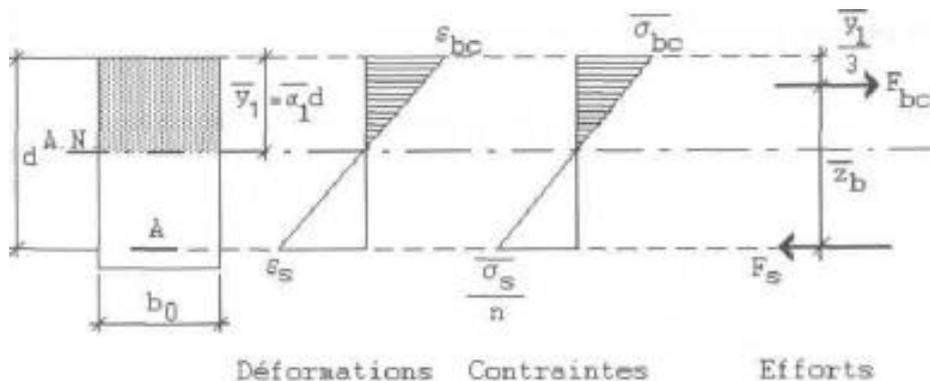


Fig IV.5 Schéma de calcul à l'ELS (fissuration préjudiciable et très préjudiciable), Perchat et Roux (2002).

À l'aide de la figure IV.5, le moment résistant du béton « M_{rb} » peut être déduit. C'est la limite au-delà de laquelle les contraintes maximales de l'acier et du béton sont atteintes simultanément (Perchat et Roux, 2002). En d'autres termes, si le moment de calcul à l'ELS dépasse cette limite des armatures comprimées seront nécessaires. L'équilibre des forces, donne :

$$\begin{cases} F_{bc} = 0,5.b_0.\overline{y_1}.\overline{\sigma_{bc}} \\ \overline{z_b} = d - \frac{\overline{y_1}}{3} \\ M_{rb} = F_{bc}.\overline{z_b} = 0,5.b_0.\overline{y_1}.\overline{\sigma_{bc}}.\left(d - \frac{\overline{y_1}}{3}\right) \end{cases}$$

IV. 26

Avec, M_{rb} : moment résistant du béton à l'ELS, F_{bc} : force de compression dans le béton, $\overline{z_b}$: bras de levier limite, d : distance de la fibre la plus comprimée jusqu'au CDG des aciers tendus, $\overline{y_1}$: position de l'axe neutre limite, b_0 : largeur de la section et $\overline{\sigma_{bc}}$: contrainte limite de compression du béton égale à :

$$\overline{\sigma_{bc}} = 0,6.f_{c28}$$

IV. 27

La position de l'axe neutre, est calculée par :

$$\overline{\alpha_1} = \frac{\overline{y_1}}{d} = \frac{15.\overline{\sigma_{bc}}}{15.\overline{\sigma_{bc}} + \overline{\sigma_s}}$$

IV. 28

Où, $\overline{\sigma_s}$: contrainte limite dans les aciers tendus donnée par :

- Fissuration préjudiciable

$$\begin{cases} \text{Aciers RL} & \overline{\sigma_s} = \frac{2}{3} fe \\ \text{Aciers HA} & \overline{\sigma_s} = \text{Max} \begin{cases} 0,5.fe \\ 110\sqrt{\eta.ftj} \end{cases} \quad [MPa] \end{cases}$$

IV. 29

- Fissuration très préjudiciable

$$\begin{cases} \text{Aciers RL} & \overline{\sigma_s} = 0,8\frac{2}{3} fe \\ \text{Aciers HA} & \overline{\sigma_s} = \text{Max} \begin{cases} 0,4.fe \\ 88\sqrt{\eta.ftj} \end{cases} \quad [MPa] \end{cases}$$

IV. 30

Avec,

$$\eta = \begin{cases} 1 & \text{RL} \\ 1,3 & \text{HA } \phi < 6mm \\ 1,6 & \text{HA } \phi \geq 6mm \end{cases}$$

Le moment résistant du béton et le moment résistant réduit du béton sont respectivement égal à :

$$M_{rb} = 0,5\overline{\alpha_1} \cdot \left(1 - \frac{\overline{\alpha_1}}{3}\right) b_0 \cdot d^2 \cdot \overline{\sigma_{bc}} \quad \text{IV. 31}$$

$$\mu_{rb} = \frac{M_{rb}}{b_0 \cdot d^2 \cdot \overline{\sigma_{bc}}} = 0,5\overline{\alpha_1} \cdot \left(1 - \frac{\overline{\alpha_1}}{3}\right) \quad \text{IV. 32}$$

IV.3.1 Cas sans armatures comprimées $M_{ser} \leq M_{rb}$

À l'aide des équations d'équilibres, on obtient :

$$M_{ser} = 0,5 \cdot \alpha_1 \cdot \left(1 - \frac{\alpha_1}{3}\right) b_0 \cdot d^2 \cdot \sigma_{bc} \quad \text{IV. 33}$$

Avec,

σ_{bc} : contrainte du béton comprimé, α_1 : position de l'axe neutre, b_0 : largeur de la section et d : distance entre la fibre la plus comprimée au CDG des aciers tendus.

$$\sigma_{bc} = \frac{\overline{\sigma_s}}{15} \cdot \frac{\alpha_1}{1 - \alpha_1} \quad \text{IV. 34}$$

Le bras de levier est égal à,

$$z_b = d \cdot \left(1 - \frac{\alpha_1}{3}\right) \quad \text{IV. 35}$$

La section d'acier à l'ELS, vaut donc :

$$A_{ser} = \frac{M_{ser}}{z_b \cdot \sigma_s} \quad \text{IV. 36}$$

Avec, M_{ser} : moment de calcul à l'ELS.

Après combinaisons des équations précédentes, la position de l'axe neutre « α_1 » peut être connue moyennant la résolution de l'équation du troisième degré suivante :

$$\mu_s = \frac{M_{ser}}{b_0 \cdot d^2 \cdot \sigma_s} = \frac{1}{30} \cdot \frac{\alpha_1^2 \cdot (1 - \alpha_1 / 3)}{1 - \alpha_1} \quad \text{IV. 37}$$

D'après Perchat et Roux (2002), une estimation par excès de « α_1 » pouvant atteindre en moyenne 10 % peut se faire en utilisant les formule approchées suivantes. Dans ce cas, le béton et l'acier sont exploités dans leurs limites respectives à l'ELS.

$$\left\{ \begin{array}{l} \overline{\alpha}_1 = \frac{15 \cdot \overline{\sigma}_{bc}}{15 \cdot \overline{\sigma}_{bc} + \overline{\sigma}_s} \\ \overline{z}_b = d \cdot \left(1 - \frac{\overline{\alpha}_1}{3}\right) \\ A_{ser} = \frac{M_{ser}}{\overline{z}_b \cdot \overline{\sigma}_s} \end{array} \right. \quad \text{IV. 38}$$

IV.3.2 Cas avec armatures comprimées $M_{ser} > M_{rb}$

Si des armatures comprimées à l'ELS sont à prévoir, alors la même procédure que celle de l'ELU peut être suivie, c'est-à-dire décomposer la section en deux parties fictives « 1 » et « 2 » (même principe que la figure IV.5).

a) Section A' d'aciers comprimés,

La section fictive (2) équilibre le surplus de moment : c'est-à-dire « $M_{ser} - M_{rb}$ », la position de l'axe neutre en suivant une disposition triangulaire des contraintes sera égale à :

$$\overline{\alpha}_1 = \frac{15 \cdot \overline{\sigma}_{bc}}{15 \cdot \overline{\sigma}_{bc} + \overline{\sigma}_s} \quad \text{IV. 39}$$

Ce qui permet de calculer la contrainte dans les aciers comprimés :

$$\overline{\sigma}_{sc} = 15 \cdot \overline{\sigma}_{bc} \cdot \frac{\overline{\alpha}_1 - \delta'}{\overline{\alpha}_1} \quad \text{IV. 40}$$

Avec,

$$\delta' = d' / d$$

L'équilibre des forces de la partie fictive « 2 », permet le calcul de la section d'armature comprimée par :

$$A'_{ser} = \frac{M_{ser} - M_{rb}}{(d - d') \overline{\sigma}_{sc}} \quad \text{IV. 41}$$

b) section A_{ser} d'aciers tendus

L'armature tendue de section fictive (1) équilibre quant à elle le moment « M_{rb} », donc

$$A_1 = \frac{M_{rb}}{\overline{z}_b \cdot \overline{\sigma}_s} \quad \text{IV. 42}$$

Avec,

$$\bar{z}_b = d \cdot \left(1 - \frac{\alpha_1}{3}\right)$$

IV. 43

L'armature tendue de la section fictive (2) est égale à :

$$A_2 = A'_{ser} \cdot \frac{\sigma_{sc}}{\sigma_s}$$

IV. 44

À la fin des calculs, on aboutit à une section totale d'armature tendue valant :

$$A_{ser} = A_1 + A_2 = \frac{M_{rb}}{\bar{z}_b \cdot \sigma_s} + A'_{ser} \cdot \frac{\sigma_{sc}}{\sigma_s}$$

IV. 45

Remarque :

D'après les recommandations du BAEL, si la Fissuration est préjudiciable le diamètre des barres à prévoir est $\phi \geq 6mm$, en cas de fissuration très préjudiciable $\phi \geq 8mm$.

IV.4 Pourcentage minimal d'armatures

Le calcul du pourcentage minimal d'armatures, s'appuie sur l'hypothèse que le béton tendu est non fissuré, ce qui permet un A_{min} égal à :

$$A_{min} = 0,23 \frac{f_{ij} b_0 \cdot d}{f_e}$$

IV. 46

Avec

$$f_{ij} = 0.6 + 0.06 f_{cj}$$

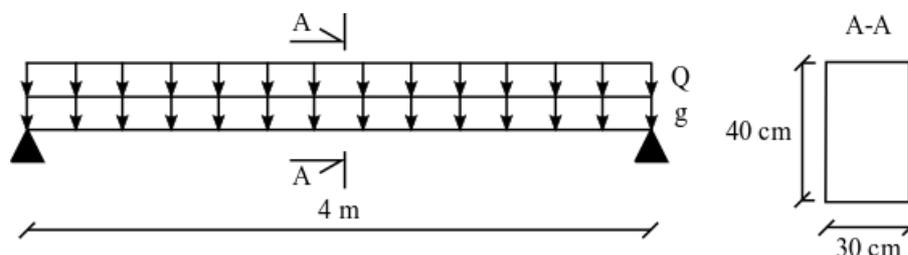
IV. 47

Où, d : distance de la fibre la plus comprimée jusqu'au CDG des aciers tendus, f_{ij} : contrainte de traction du béton à « j » jours, f_{cj} : contrainte de compression du béton à « j » jours, b_0 ; largeur de la section et f_e : limite élastique de l'acier.

Exemple IV.1 :

Ferrailliez la poutre ci-contre à mi travée, avec comme données :

- Fissuration peu préjudiciable, $g=5$ kN/ml (hors poids propre), $Q=6$ kN/ml, $f_{c28}= 25$ MPa et Fe E 400.



Solution :

1) Calcul du poids propre de la poutre,

$$P_p = \gamma_{\text{béton}} b \cdot h$$

$$P_p = 25 \times 0,3 \times 0,4 = 3 \text{ kN/ml}$$

$$G = g + p_p = 3 + 5 = 8 \text{ kN/ml}$$

2) Calcul des sollicitations :

$$M_u = \frac{(1,35G + 1,5Q)l^2}{8} = \frac{(1,35 \times 8 + 1,5 \times 6)4^2}{8} = 39,6 \text{ kN/ml}$$

$$M_{ser} = \frac{(G + Q)l^2}{8} = \frac{(8 + 6)4^2}{8} = 28 \text{ kN/ml}$$

3) Contrainte limite du béton comprimé, avec $\theta = 1$: $f_{bu} = 0,85 \frac{f_{c28}}{\theta \gamma_b} = 0,85 \frac{25}{1 \times 1,5} = 14,16 \text{ MPa}$

4) Contrainte limite dans les aciers : $f_{ed} = \frac{f_e}{\gamma_s} = \frac{400}{1,15} = 347,82 \text{ MPa}$

5) Contrainte limite de traction dans le béton : $f_{t28} = 0,6 + 0,06 f_{c28} = 0,6 + 0,06 \times 25 = 2,1 \text{ MPa}$

6) Calcul du moment réduit, avec $d = 0,9h$:

$$\mu_{bu} = \frac{M_u}{b_0 \cdot d^2 \cdot f_{bu}} = \frac{39,6 \times 10^{-3}}{0,3 \times (0,9 \times 0,4)^2 \times 14,16} = 0,072$$

7) Calcul du moment limite réduit avec, Fe E 400 et $f_{c28} \leq 30 \text{ MPa}$, avec f_{c28} en MPa :

$$\gamma = 39,6 / 28 = 1,41$$

$$10^4 \mu_{lu} = 3440 \cdot \theta \cdot \gamma + 49 \frac{f_{c28}}{\theta} - 3050 = 3440 \times 1 \times 1,41 + 49 \frac{25}{1} - 3050 = 3025,4 \Rightarrow \mu_{lu} = 0,303$$

Il faut aussi vérifier que $\mu_{lu} < \mu_{sl}$

$$\alpha_{sl} = \frac{3,5\%}{3,5\% + f_{ed} / E_s} = \frac{0,0035}{0,0035 + 347,82 / 200000} = 0,668$$

$$\mu_{sl} = 0,8 \alpha_{sl} (1 - 0,4 \alpha_{sl}) = 0,8 \times 0,668 (1 - 0,4 \times 0,668) = 0,391$$

8) $\mu_{bu} < \mu_{lu}$ donc $A_u = 0$ (pas d'armatures comprimées)

9) Position de l'axe neutre :

$$\alpha = 1,25 (1 - \sqrt{1 - 2 \mu_{bu}}) = 1,25 (1 - \sqrt{1 - 2 \times 0,072}) = 0,093, \alpha < 0,256 \Rightarrow \text{pivot A}$$

$$z_b = d (1 - 0,4 \alpha) = 0,9 \times 0,4 (1 - 0,4 \times 0,093) = 0,346 \text{ m}$$

10) Calcul du ferrailage :

$$\sigma_s = f_{ed}$$

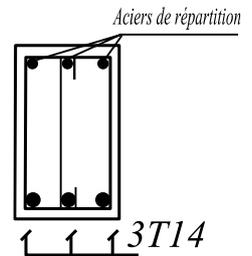
$$A_u = \frac{M_u}{z_b \cdot \sigma_s} = \frac{39,6 \times 10^{-3} \times 10^4}{0,346 \times 347,82} = 3,92 \text{ cm}^2$$

$$A_{\min} = 0,23 \frac{f_{tj} b_0 \cdot d}{f_e} = 0,23 \frac{2,1 \times 0,3 \times 0,9 \times 0,4 \times 10^4}{400} = 1,30 \text{ cm}^2$$

11) Dimensionnement :

$$A = \max(A_{\min}, A_u) = 3,92 \text{ cm}^2$$

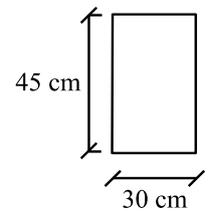
On prévoit 3T14 = 3 x 1,54 = 4,62 cm²



Exemple IV.2 :

En considérant les données suivantes, calculer la section d'armature.

- Fissuration préjudiciable,
- $M_{\text{ser}} = 50 \text{ kN/ml}$.
- $f_{c28} = 25 \text{ MPa}$, Fe E 500.



Solution :

1) Contrainte limite de compression du béton : $\overline{\sigma}_{bc} = 0,6 f_{c28} = 0,6 \times 25 = 15 \text{ MPa}$

2) Contrainte limite de traction : $f_{t28} = 0,6 + 0,06 f_{c28} = 0,6 + 0,06 \times 25 = 2,1 \text{ MPa}$

3) Contrainte limite dans les aciers tendus $\overline{\sigma}_s$ (fissuration préjudiciable) :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Aciers RL} \quad \overline{\sigma}_s = \frac{2}{3} f_e \\ \text{Aciers HA} : \overline{\sigma}_s = \text{Max} \left\{ \begin{array}{l} 0,5 \cdot f_e \\ 110 \sqrt{\eta \cdot f_{tj}} \end{array} \right. \end{array} \right. \Rightarrow \overline{\sigma}_s = \text{Max} \left\{ \begin{array}{l} 0,5 \cdot f_e = 0,5 \times 500 = 250 \text{ MPa} \\ 110 \sqrt{1,6 \times 2,1} = 201,63 \text{ MPa} \end{array} \right. = 250 \text{ MPa}$$

Avec,

$$\eta = 1,6 \text{ HA} \quad \phi \geq 6 \text{ mm}$$

4) Calcul du moment résistant du béton :

$$\overline{\alpha}_1 = \frac{15 \cdot \overline{\sigma}_{bc}}{15 \cdot \overline{\sigma}_{bc} + \overline{\sigma}_s} = \frac{15 \times 15}{15 \times 15 + 250} = 0,473$$

$$M_{rb} = 0,5 \overline{\alpha}_1 \cdot \left(1 - \frac{\overline{\alpha}_1}{3}\right) b_0 \cdot d^2 \cdot \overline{\sigma}_{bc} = 0,5 \times 0,473 \times \left(1 - \frac{0,473}{3}\right) \times 0,3 \times (0,9 \times 0,45)^2 \times 15 = 0,147 \text{ MN.m}$$

5) Vérification, $M_{ser} < M_{rb} \Rightarrow$ les armatures comprimées ne sont pas nécessaire

6) Calcul du bras de levier selon la méthode simplifié :

$$\bar{z}_b = d \cdot \left(1 - \frac{\bar{\alpha}_1}{3}\right) = 0,9 \times 0,45 \times \left(1 - \frac{0,473}{3}\right) = 0,341m$$

7) Calcul du ferrailage :

$$A_{ser} = \frac{M_{ser}}{z_b \cdot \sigma_s} = \frac{50 \times 10^{-3} \times 10^4}{0,341 \times 250} = 5,87 \text{ cm}^2$$

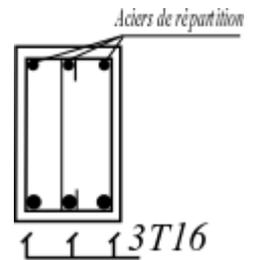
8) Armature minimale :

$$A_{min} = 0,23 \frac{f_{tj} \cdot b_0 \cdot d}{f_e} = 0,23 \frac{2,1 \times 0,3 \times 0,9 \times 0,45 \times 10^4}{500} = 1,17 \text{ cm}^2$$

9) Dimensionnement :

$$A = \max(A_{min}, A_{ser}) = 5,87 \text{ cm}^2$$

On prévoit $3T16 = 3 \times 2,01 = 6,03 \text{ cm}^2$.



Chapitre V

Adhérence et ancrage

V.1 Définition

L'adhérence est un phénomène, qui permet de lier l'armature d'acier au béton qui l'entoure. À travers ce mécanisme, la pérennité d'une section en béton armé est assurée. Si les armatures d'acier, viennent à glisser à l'intérieur du béton, la résistance de l'élément en béton armé sera diminuée. Dans ce cas, la transmission des efforts ne va plus s'effectuer convenablement. On se retrouve donc face à deux matériaux distincts (acier et béton) au lieu d'un seul bloc en béton armé.

D'après le BAEL (article A.6), les justifications à prendre en compte sont toutes relatives à l'état limite ultime, elles visent à s'assurer que :

- les extrémités des barres et treillis soudés soient ancrées avec une sécurité suffisante.
- limiter les contraintes dites d'entraînement, de façon à ne pas endommager le béton entourant les armatures situées en partie courante.

Le présent chapitre ne traite pas les conditions d'ancrages des treillis soudés, pour plus de détails se référer au BAEL 91 révisées 99.

V.2 Nature du phénomène d'adhérence

L'adhérence s'amorce directement après application d'un effort axiale (effort de traction cas le plus déterminant, ou éventuellement une compression). Grâce à ce phénomène, l'armature est maintenue à l'intérieur du béton.

D'après l'expérience ⁽¹⁾, le mécanisme d'adhérence s'explique par l'effet d'une force de traction. Des cônes inclinés à plus ou moins 45° et emboîtés les uns aux autres, sont supposés se former autour de l'axe de la barre sollicitée (voir figure V.1). Ces cônes tendent à coincer la barre qu'elle soit en rond lisse (RL) ou crénelée à haute adhérence (HA). L'adhérence permet une compatibilité des déformations entre le béton et l'acier, elle peut être assimilée à un phénomène de frottement.

L'adhérence est favorisée par ⁽¹⁾:

- l'état de surface des aciers ; l'adhérence est améliorée lorsque la barre possède des nervures en saillies ou lorsque sa surface est rugueuse ;
- la qualité du béton d'enrobage ; en particulier le dosage et les conditions de vibration qui influent sur la compacité ;
- les soins apportés à la mise en œuvre ; il faut veiller à une bonne plasticité et une bonne vibration.

(1) « chapitre association acier béton, BTS Bâtiment 1ère année », source <https://fr.scribd.com/doc/38092508/Association-acier-beton>.

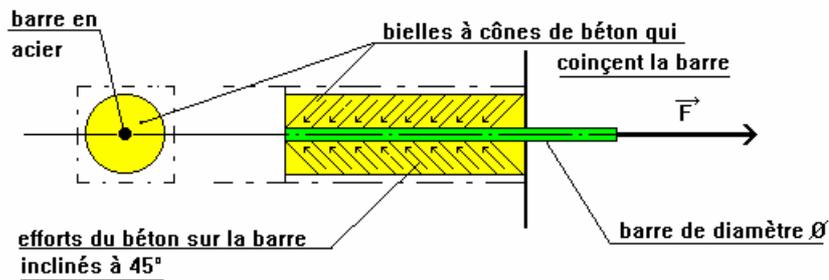


Fig V.1 Illustration du phénomène d'adhérence ⁽¹⁾.

Exemple V.1:

Soit une section en béton armé soumise à un moment de flexion M_f (voir figure V.2), quels sont les efforts qui amorcent l'adhérence entre l'armature d'acier et le béton ?

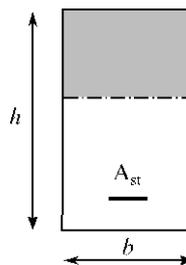


Fig V.2 Section en béton armé

Réponse :

Nous savons qu'un moment de flexion, peut être décomposé en couple de forces compression-traction (voir figure V.3). Ainsi, l'amorce du phénomène d'adhérence est indirectement liée à ce couple de forces. Mais, il n'y pas que cela, l'effort tranchant tend aussi à entrainer les barres d'aciers voir le paragraphe (V.4).

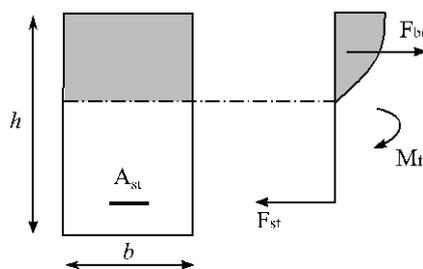


Fig V.3 Couple d'efforts engendrés par un moment de flexion.

V.3. Ancrages des barres en aciers

V.3.1 Ancrages des barres droites

La contrainte d'adhérence est définie, comme étant le rapport de la variation linéaire de l'effort axiale (dF) sur le périmètre de l'armature d'acier (u) :

$$\tau_s = \frac{1}{u} \frac{dF}{dx} \quad \text{V. 1}$$

Avec,

$$u = \pi \cdot \phi \quad \text{V. 2}$$

Afin d'empêcher tout glissement entre l'armature et le béton, il faut s'assurer à ne pas dépasser la contrainte limite d'adhérence.

$$\tau_{su} = 0,6 \cdot \psi_s^2 \cdot f_{tj} \quad \text{V. 3}$$

Où : ψ_s est le coefficient de scellement et f_{tj} résistance à la traction du béton à « j » jours.

L'efficacité d'une barre d'un point de vue adhérence, est caractérisée par son coefficient de scellement (BAEL, article A.6.1,1), il est égal à :

$$\psi_s = \begin{cases} 1 & \text{barres RL} \\ 1,5 & \text{barres HA} \end{cases} \quad \text{V. 4}$$

La partie linéaire qui permet d'assurer un ancrage performant, est appelée longueur de scellement droit notée « l_s ». Sur toute cette longueur, la contrainte d'adhérence limite « τ_{su} » ainsi que l'effort de traction dans la barre sont en équilibre. Ainsi dans une barre isolée, la longueur de scellement droit est calculée par l'égalité suivante :

$$\frac{f_e \cdot \pi \cdot \phi^2}{4} = \tau_{su} \cdot \pi \cdot \phi \cdot l_s \quad \text{V. 5}$$

Avec,

f_e est la limite élastique de l'acier et ϕ est le diamètre nominal de la barre.

Ce qui permet de calculer la longueur de scellement droit « l_s » par :

$$l_s = \frac{f_e \cdot \phi}{4 \cdot \tau_{su}}$$

V. 6

À défaut de calcul précis, le BAEL (article A.6.1,221), permet d'adopter les valeurs forfaitaires suivantes :

- Aciers HA Fe 400 : $l_s = 40 \cdot \phi$.
- Aciers HA Fe 500, RL Fe 215 et 235 : $l_s = 50 \cdot \phi$.

V.3.2 Ancrages des barres courbes

Outre la condition de non écrasement du béton, les ancrages courbes, doivent être exécutés suivant les rayons minimaux suivants :

- Pour les barres RL (article A.6.1,25 du BAEL) :

$r = 2 \phi$ pour les cadres, étriers et épingles.

$r = 3 \phi$ pour l'ancrage des armatures longitudinales

- Pour les barres HA, se référer aux textes réglementaires. Toutefois, Perchat et Roux, (2002) proposent les valeurs suivantes :

$r = 3 \phi$ pour les cadres, étriers et épingles.

$r = 5,5 \phi$ pour l'ancrage des armatures longitudinales

Les valeurs données pour les rayons de courbures, visent la distance du centre de courbure à l'axe de la barre (voir figure V.4). Les rayons de courbures de deux et trois diamètres correspondent respectivement à des ployures sur des mandrins de trois et de cinq diamètres (article A.6.1,25 du BAEL).

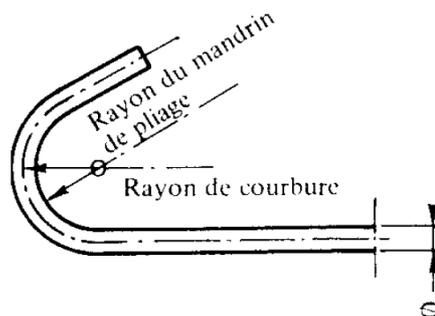


Fig V.4 Illustration du rayon de courbure et du rayon de pliage du mandrin.

D'après le BAEL, la condition de non écrasement du béton est définie par l'inégalité suivante, elle ne s'applique pas aux cadres, étriers et épingles :

$$\frac{r}{\phi} \geq 0,20 \cdot \left(1 + \frac{\phi}{e_r}\right) \cdot \nu \cdot \frac{\sigma_s}{f_{cj}} \quad \text{V.7}$$

Avec,

σ_s : Contrainte à l'origine de la courbure sous sollicitation ultime,

ν : Coefficient numérique valant (1); (5/3); (7/3); (3) : si les barres sont disposées en une seule nappe; 2 nappes; 3 nappes ; 4 nappes respectivement.

e_r : Distance du centre de courbure de la barre à la paroi la plus proche,

f_{cj} : Résistance à la compression du béton à « j » jours.

Une deuxième condition de non écrasement du béton plus sévère, est définie par le BAEL dans le cas où toutes les armatures de traction sont en courbe, elle est donnée par :

$$\frac{r}{\phi} \geq 0,20 \cdot \left(1 + \frac{2 \cdot n \cdot \phi}{b}\right) \cdot \nu \cdot \frac{f_e}{f_{cj}} \quad \text{V.8}$$

Avec, f_e : limite élastique de l'acier, n : le nombre de barre d'un même lit et b : la largeur de l'élément en cause,

Dans le cas de barres disposées en un seul lit, cette deuxième condition plus contraignante que la première est généralement satisfaite avec des rayons de courbure suivants (article A.6.1,252 du BAEL):

$r = 7 \phi$ pour les barres RL.

$r = 11 \phi$ pour les barres HA.

La figure V.5, illustre un schéma de calcul proposé Perchat et Roux (2002) pour le calcul d'un ancrage courbe. Si le rayon de courbure « r » ainsi l'angle « θ » sont connus, alors d'après Perchat et Roux (2002) deux possibilités existent :

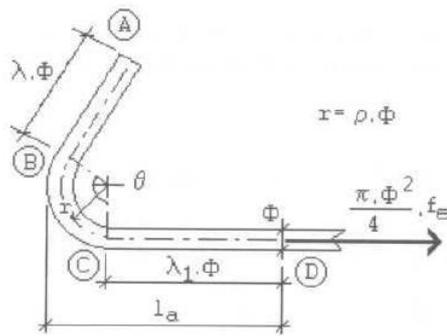


Fig V.5 Schéma de calcul de l'ancrage courbe, Perchat et Roux (2002).

1) La première possibilité stipule que, si la longueur [AB] ou « $\lambda_1 \cdot \phi$ » de la figure V.5 est fixée d'avance, alors le calcul du retour d'extrémité de la barre [CD] notée « $\lambda \cdot \phi$ », est calculable par :

$$\lambda \cdot \phi = \frac{(l_s - \phi(\rho\psi' + \lambda_1))}{\psi}$$

V. 9

Avec,

$$\begin{cases} \rho = r / \phi \\ \psi = e^{0,4\theta} \\ \psi' = (\psi - 1) / 0,4 \end{cases}$$

l_s : longueur de scellement,

r : rayon de courbure,

θ : angle d'ouverture,

ϕ : diamètre de la barre.

2) Le deuxième cas possible : serait de calculer, la profondeur d'ancrage notée « l_a » de la figure V.5 par le biais d'un retour d'extrémité de la barre « $\lambda \cdot \phi$ » fixé au préalable, avec :

$$l_a = l_s - k\phi$$

V. 10

Avec,

$$k = \lambda\psi + \rho(\psi' - 1) - 0,5$$

V.3.3 Types d'ancrages courants

Les types d'ancrages d'extrémités utilisés dans la pratique, sont illustrés par la figure V.6. Concernant, l'ancrage des cadres, étriers et épingles ; il est considéré comme total si on respecte les dispositions de la figure V.7 (Perchat et Roux, 2002) :

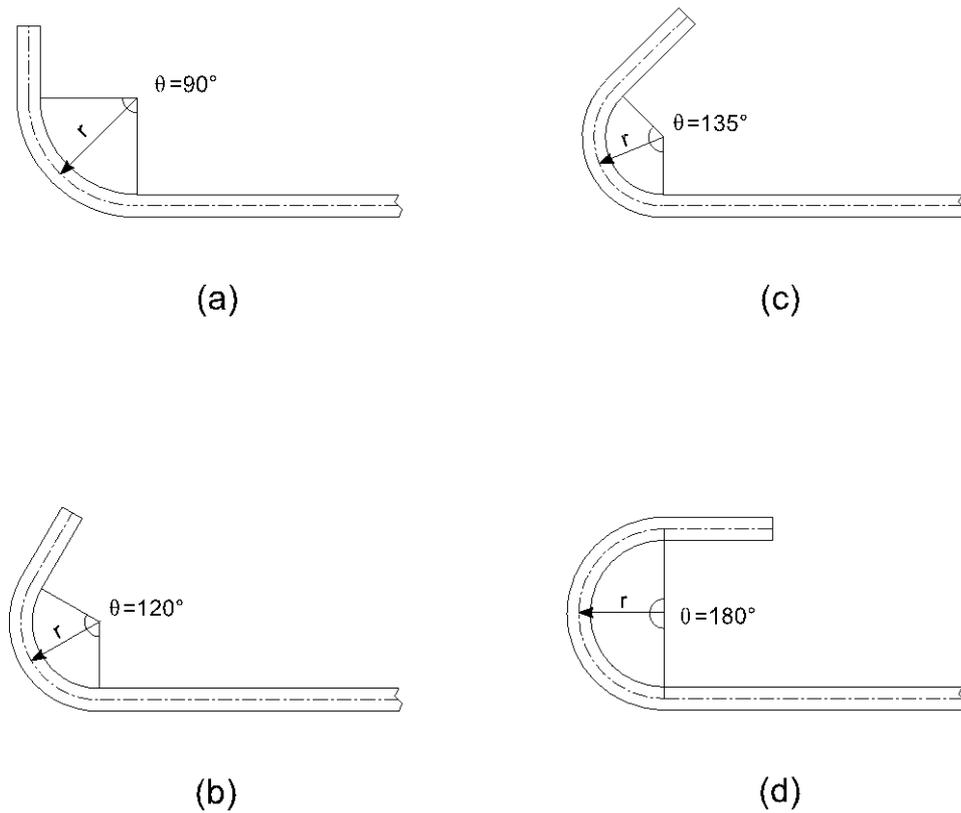


Fig V.6 Types d'ancrages courants, modifié à partir de Perchat et Roux (2002).

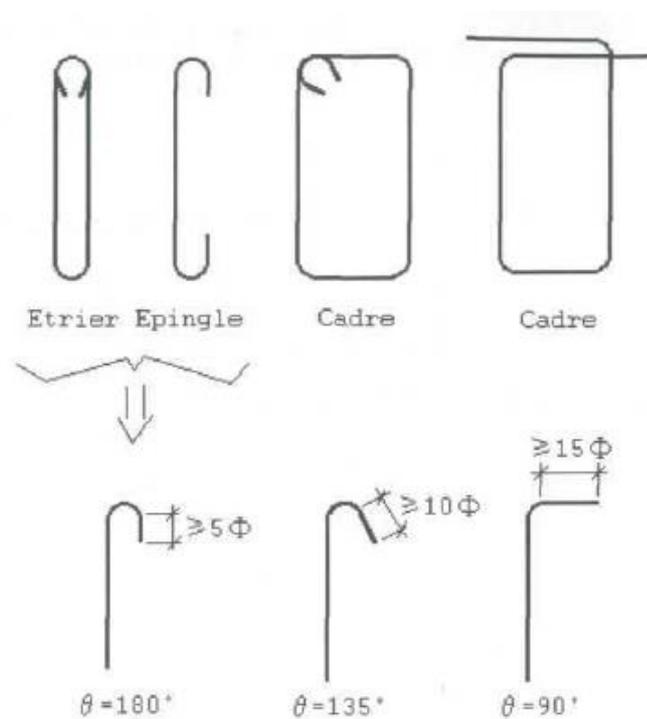


Fig V.7 Ancrages des armatures transversales, Perchat et Roux (2002).

Exemple V.2 :

Dans un atelier de ferrailage, on prévoit de façonner des épingles en acier RL selon un rayon $r = 2 \varnothing$. Déterminez le rayon adéquat du mandrin.

Solution :

D'après le BAEL, si le rayon de courbure est égal à deux fois le diamètre de la barre, alors le rayon minimal du mandrin doit faire trois fois ce rayon c-à-d « $3 \varnothing$ ».

Exemple V.3 :

On cherche à calculer le retour d'ancrage d'une barre isolée selon un angle de 135° .

Données :

- Barre HA $\varnothing 25$,
- $r = 15$ cm (rayon de courbure),
- $f_{c28} = 25$ MPa,
- Acier, Fe E 400,
- $\lambda_1 = 3$.

Solution :

-Calcul de la résistance à la traction du béton,

$$f_{t28} = 0,6 + 0,06 f_{c28} \Rightarrow f_{t28} = 0,6 + 0,06 \cdot 25 = 2,1 \text{ MPa}$$

-La contrainte limite d'adhérence est égale à,

$$\tau_{su} = 0,6 \psi_s^2 \cdot f_{tj}$$

avec ψ_s coefficient de scellement est égal à

$$\psi_s = \begin{cases} 1 & \text{barres RL} \\ 1,5 & \text{barres HA} \end{cases} \Rightarrow \psi_s = 1,5$$

$$\tau_{su} = 0,6 \times 1,5^2 \times 2,1 = 2,84 \text{ MPa}$$

-Longueur de scellement droit « l_s » :

$$l_s = \frac{f_e \cdot \phi}{4 \cdot \tau_{su}}$$

$$l_s = \frac{400 \times 25 \times 10^{-3}}{4 \times 2,84} = 0,88 \text{ m}$$

D'après la figure V.5, on est dans le cas où la longueur « $\lambda_1 \cdot \phi$ » est connue. Donc, le retour d'extrémité de la barre « $\lambda \cdot \phi$ » est calculé à partir de l'équation suivante :

$$\lambda.\phi = \frac{(l_s - \phi(\rho\psi' + \lambda_1))}{\psi}$$

Avec,

$$\begin{cases} \rho = r / \phi = 15 \times 10^{-2} / 25^{-3} = 6 \\ \psi = e^{0,4\theta} = e^{0,4(3\pi/4)} = 2,566 \\ \psi' = (\psi - 1) / 0,4 = 3,915 \end{cases}$$

- Le retour d'ancrage est égal à (unités en [cm]) :

$$\lambda.\phi = \frac{(l_s - \phi(\rho\psi' + \lambda_1))}{\psi} = \left(\frac{88 - 2,5(6 \times 3,915 + 3)}{2,566} \right) = 12,69 \text{ cm}$$

On retient un retour d'ancrage égal 13 cm.

V.4 Entraînement des barres en aciers

Outre la vérification de l'ancrage des barres, il faut aussi vérifier la contrainte de non entraînement afin de ne pas endommager le béton entourant les armatures.

Dans une poutre fléchie de section constante, la contrainte d'adhérence d'entraînement « τ_{se} » sur un paquet de barre de section « A_{si} » et de périmètre « u_i », est égale à (BAEL, article A.6.1,3):

$$\tau_{se} = \frac{V_u}{0,9.d.u_i} \frac{A_{si}}{A_s}$$

V. 11

Où ;

d : bras de levier,

A_{si} : section d'un paquet de barre,

A_s : désigne la section totale des armatures tendues,

u_i : périmètre utile égal au périmètre minimal circonscrit à la section droite du paquet.

Il est rappelé que « V_u » désigne la valeur de calcul de l'effort tranchant ultime. Quand toutes les barres sont de même diamètre et, soit isolées, soit groupées en paquets égaux, la formule V.11 devient (BAEL, article A.6.1,3) :

$$\tau_{se} = \frac{V_u}{0,9.d.\Sigma u}$$

V. 12

Où,

Σu : désignant la somme des périmètres utiles des barres ou des paquets égale à $\pi\phi$ pour une barre isolée; $(\pi + 2)\phi$ pour un paquet de deux barres et $(\pi + 3)\phi$ pour un paquet de trois.

La contrainte d'adhérence d'entraînement τ_{se} doit être inférieure à la valeur limite ultime :

$$\tau_{se,u} = \psi_s \cdot f_{tj}$$

V. 13

V.5 Recouvrement des barres

V.5.1 Recouvrement des barres tendues

D'après Perchat et Roux (2002), la transmission des efforts d'une barre à l'autre, s'effectue par des bielles de compressions inclinées de 45° par rapport à la direction des barres (voir figure V.8 ci-après), cette transmission n'est donc effective que sur la longueur de recouvrement suivante :

$$\begin{cases} l_r = l_s + c & c > 5.\phi \\ l_r = l_s & c \leq 5.\phi \end{cases}$$

V. 14

Avec,

l_r : longueur de recouvrement et c : distance entre les axes.

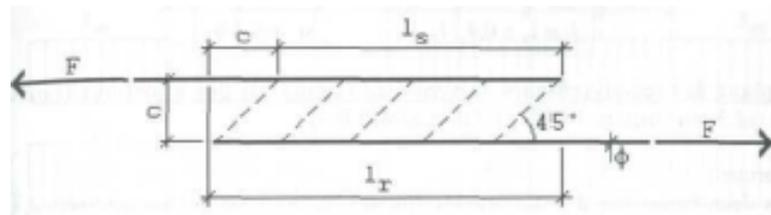


Fig V.8 Longueur de recouvrement, Perchat et Roux (2002).

A défaut de calcul précis, on adopte les valeurs forfaitaires du BAEL, article A.6.1,221:

- Pour Fe E 400, $l_r = 40.\phi$.

- Pour Fe E 500, $l_r = 50.\phi$.

V.5.2 Recouvrement des barres comprimées

D'après l'article A.6.1,24 du BAEL, les jonctions de barres susceptibles d'être comprimées sont obligatoirement rectilignes. Dans le cas courant, le recouvrement d'une barre comprimée isolée est égal à :

$$l_r = 0,6.l_s$$

V. 15

Avec,

l_s : longueur de scellement.

Par ailleurs, on peut prendre les valeurs forfaitaires suivantes :

-Pour Fe E 400 $l_r = 24.\phi$.

-Pour Fe E 500 $l_r = 30.\phi$.

Exemple V.4 :

On veut réaliser la continuité des étages d'un bâtiment, déterminez forfaitairement, la longueur nécessaire au recouvrement des poteaux en sachant que :

- les aciers utilisés sont de classe Fe E 400 avec un diamètre maximal de 16 mm.

Solution :

À défaut de calcul exact, on admet une valeur forfaitaire maximale qui correspond à un recouvrement en zone tendue. D'après les recommandations du BAEL :

-Pour Fe E 400, $l_r = 40.\phi \Rightarrow 40 \times 1,6 = 64 \text{ cm}$.

Conclusion

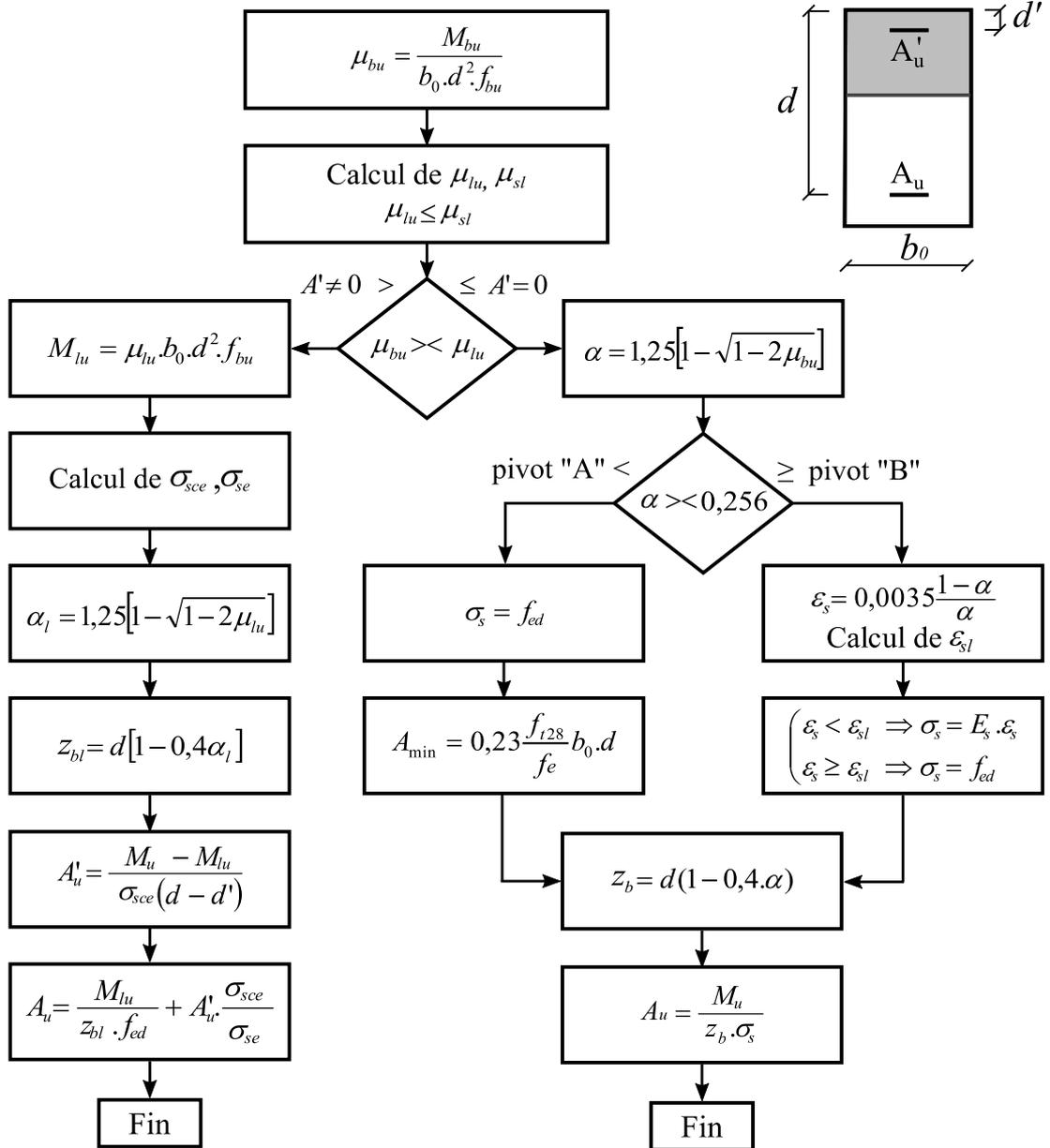
Le présent polycopié sur le béton armé se conforme au programme officiel d'enseignement. Cette matière faisant partie d'une unité méthodologique, permet de contribuer à l'enrichissement des connaissances de l'étudiant en 3^{ème} année hydraulique mais peut également lui servir dans son parcours professionnel. Notamment, s'il est appelé à travailler dans un projet comportant des ouvrages en béton armé (château d'eau, réservoir, barrage en béton etc.).

Par ailleurs, l'enseignement de cette matière ne doit pas se limiter uniquement aux parties déjà présentées, il doit en outre être enrichi et complété. Notamment, par des notions sur l'effort tranchant, la flexion composée et la torsion. De cette manière, l'étudiant aura une vision plus globale sur le calcul des sections en béton armé.

Annexe

1) Organigramme de calcul, section rectangulaire en fissuration peu préjudiciable

Données: $M_u, M_{ser}, b_0, d', d, f_{c28}, f_e$



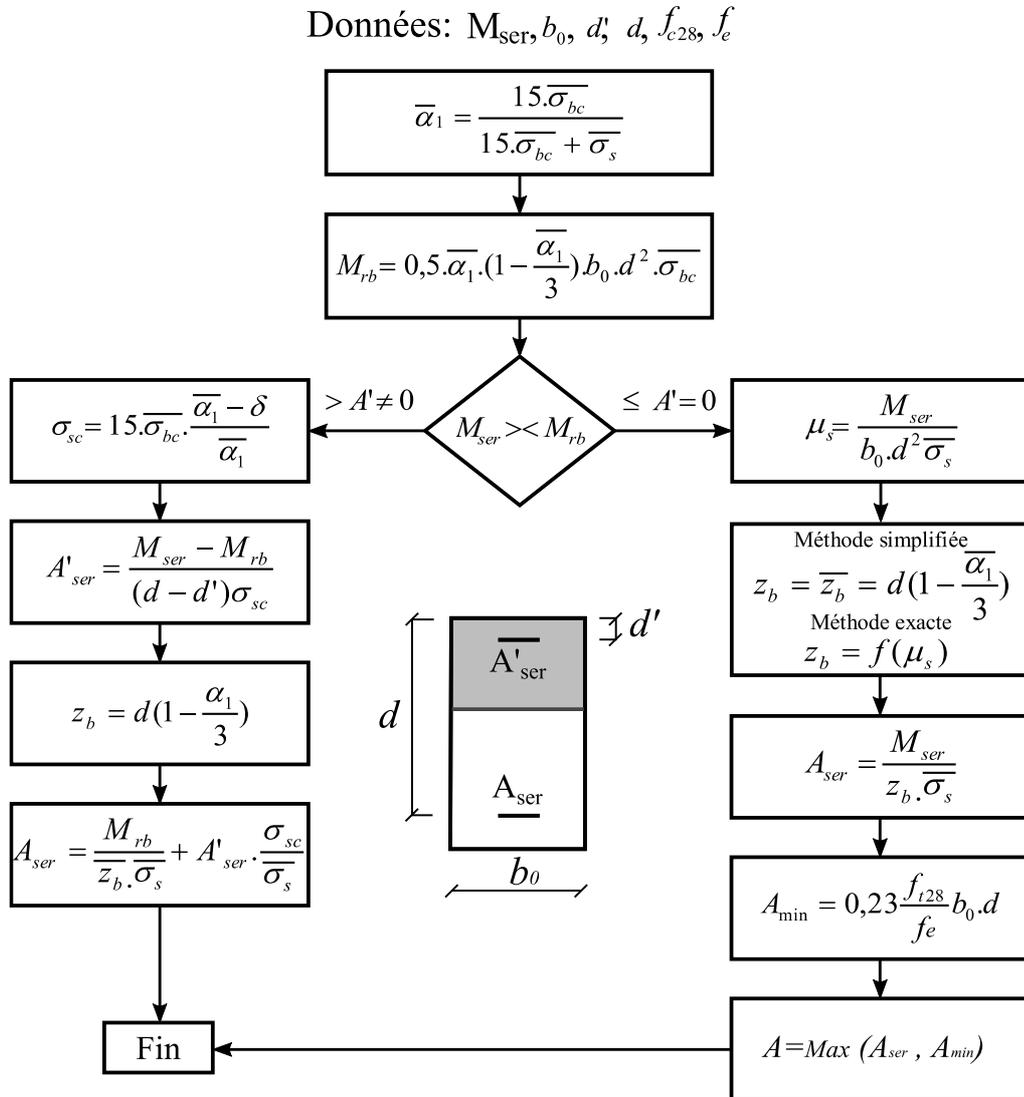
$$10^4 \mu_{lu} = \begin{cases} 3440\theta\gamma + 49\frac{f_{c28}}{\theta} - 3050 & \text{Fe E 400, } f_{c28} \leq 30\text{MPa} \\ 3220\theta\gamma + 51\frac{f_{c28}}{\theta} - 3100 & \text{Fe E 500, } f_{c28} \leq 30\text{MPa} \end{cases}$$

$$\sigma_{sce} = \text{Min} \begin{cases} 9\gamma f_{c28} - \beta\delta'(13f_{c28} + 415)K \\ f_{ed} \end{cases} \quad K = \begin{cases} 1,00 & \theta = 1 \\ 1,02 & \theta = 0,9 \\ 1,04 & \theta = 0,85 \end{cases}$$

$$\sigma_{se} = \text{Min} \begin{cases} \beta(13f_{c28} + 415)K - 9\gamma f_{c28} \\ f_{ed} \end{cases} \quad \beta = \begin{cases} 0,9 & \text{Fe E 400, } f_{c28} \leq 35\text{MPa} \\ 1 & \text{Fe E 500, } f_{c28} \leq 35\text{MPa} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \gamma &= \frac{M_u}{M_{ser}} \\ f_{bu} &= 0,85 \cdot \frac{f_{c28}}{\theta \cdot \gamma_b} \\ f_{ed} &= \frac{f_e}{\gamma_s} \\ f_{l28} &= 0,6 + 0,06 \cdot f_{c28} \\ \epsilon_{sl} &= f_{ed} / E_s \\ \alpha_{sl} &= \frac{3,5\text{‰}}{3,5\text{‰} + \epsilon_{sl}} \\ \mu_{sl} &= 0,8\alpha_{sl}(1 - 0,4\alpha_{sl}) \end{aligned}$$

2) Organigramme de calcul, section rectangulaire en fissuration préjudiciable et très préjudiciable



Fissuration préjudiciable

$$\delta' = d' / d$$

$$f_{t28} = 0,6 + 0,06 \cdot f_{c28}$$

$$\bar{\sigma}_{bc} = 0,6 f_{c28}$$

$$\bar{\sigma}_s = \begin{cases} \frac{2}{3} f_e & \text{Barres RL} \\ \text{Max} \left\{ \begin{array}{l} 0,5 \cdot f_e \\ 110 \sqrt{\eta \cdot f_{ij}} \end{array} \right. & \text{Barres HA} \end{cases} \quad (\text{MPa})$$

Fissuration très préjudiciable

$$\eta = \begin{cases} 1 & \text{RL} \\ 1,3 & \text{HA } \phi < 6\text{mm} \\ 1,6 & \text{HA } \phi \geq 6\text{mm} \end{cases}$$

$$\bar{\sigma}_s = \begin{cases} 0,8 \cdot \frac{2}{3} f_e & \text{Barres RL} \\ \text{Max} \left\{ \begin{array}{l} 0,4 \cdot f_e \\ 88 \sqrt{\eta \cdot f_{ij}} \end{array} \right. & \text{Barres HA} \end{cases} \quad (\text{MPa})$$

Bibliographie

DTR BC 2.2. (1989). Charges permanentes et charges d'exploitation. Ministère de l'Urbanisme et de la Construction, (CGS).

DTR BC 2.48. (2003). Règles Parasismiques Algériennes RPA 99 Version 2003. Ministère de l'Urbanisme et de la Construction, (CGS).

DTR. (2008). Règles parasismiques applicables au domaine des ouvrages d'art RPOA. Ministère des Travaux Publics, (CGS) & (CTTP).

DTU P18-702 (FR). (2000). Règles BAEL 91 révisées 99, Règles techniques de conception et de calcul des ouvrages et constructions en béton armé suivant la méthode des états limites, (Fascicule 62, titre 1 du CCTG Travaux section 1 : béton armé) + Amendement A1, (CSTB).

DTU (FR). (1968). Règles techniques de conception et de calcul des ouvrages et constructions en béton armé : Règles CCBA 68, Fascicule 61 Titre VI du C.P.C. des marchés de l'état.

EN 1992. Eurocode 2, calcul des structures en béton. Comité européen de normalisation, (CEN).

Fascicule spécial N°79-48 bis (FR). (1980). Règles techniques de conception et de calcul des ouvrages et construction en béton armé suivant la méthode des états-limites. REGLES B.A.E. L. 80. Bulletin officiel du Ministère de l'environnement et du cadre de vie et du Ministère des transports.

Festa, J et Dreux, G. (2007). Nouveau Guide du Béton et de ses Constituants, huitième Edition. (Editions Eyrolles).

Perchat, J et Roux, J. (2002). Pratique du BAEL 91 Cours avec exercices corrigés, quatrième Edition. (Editions Eyrolles).

Nguyen, Q, H. (2014). Béton Armé I, Calcul des Structures BA selon l'Eurocode 2. INSA de Rennes

Perchat et Hueber. (s. d). Cours Béton Armé, Centre des Hautes Etudes de la Construction, (CHEC).

Sites web :

controlab.fr

pseau.org

scribd.com/doc/38092508/Association-acier-beton.